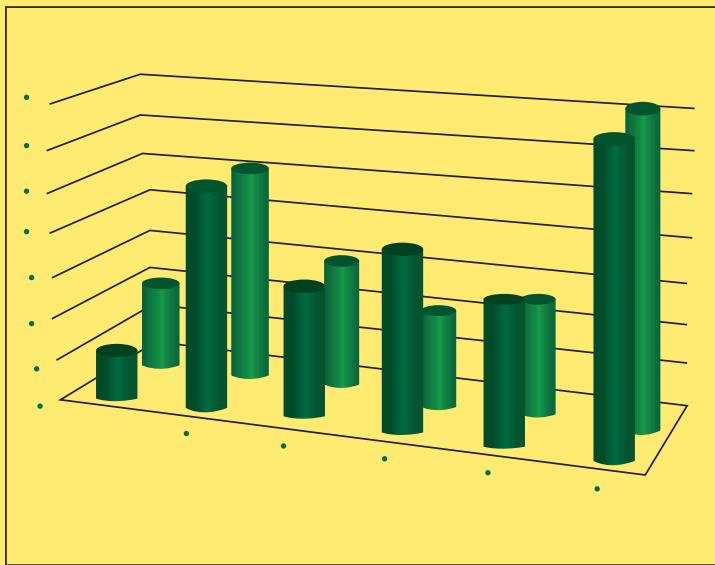


مجلة العلوم الإحصائية



العدد رقم 18

مجلة علمية محكمة
يصدرها المعهد العربي للتدريب والبحوث الإحصائية

معتمدة في قائمة المجالات العلمية
ulrich's
www.ulrichsweb.com

مصنفة في معامل التأثير والاستشهادات المرجعية العربي (أرسيف)
www.emarefa.net/arcif/

ISSN 2522-64X (Online), ISSN 2519-948X (Print)

مجلة العلوم الإحصائية

مجلة علمية محكمة

هيئة التحرير

رئيس هيئة التحرير

الأستاذ الهايدي السعدي

أمين التحرير

الدكتور لحسن عبد الله باشيوه

أعضاء هيئة التحرير

أ. د. مختار الكوكي	أ. د. عبد الخالق التهامي	أ. د. فيصل الشرعي
أ. م. د. احمد شاكر المتولي	أ.م. د. سلوى محمود عسار	أ.د. عيسى مصاروه
	أ. م. د. حميد بوزيدة	أ. م. د. حسان أبو حسان

أعضاء الهيئة الاستشارية

أ. د. عوض حاج علي	د. نبيل شمس	د. قاسم الزعبي
أ. د. ميثم العبي اسماعيل	د. خليفة البراوي	د. ضياء عواد
أ.م. د. محمد حسين علي الجنابي	أ. د. غازي رحو	د. لؤي شبانه
	د. علا عوض	

معتمدة في قائمة المجلات العلمية Ulrich's

www.ulrichsweb.com

مصنفة في معامل التأثير والاستشهادات المرجعية العربية (أرسيف)

www.emarefa.net/arcif/

ISSN 2522-64X (Online), ISSN 2519-948X (Print)

شروط النشر في مجلة العلوم الإحصائية

- 1 - تنشر المجلة البحوث والدراسات العلمية في المجالات الإحصائية والمعلوماتية المكتوبة باللغة العربية والإنكليزية والفرنسية على أن لا يكون البحث المقدم للنشر قد نشر أو قدم للنشر في مجلات أو دوريات أخرى أو قدم ونشر في دوريات مؤتمرات أو ندوات.
- 2 - ترسل البحوث والدراسات إلى أمين التحرير على أن تتضمن اسم الباحث أو الباحثين وألقابهم العلمية وأماكن عملهم مع ذكر عنوان المراسلة وأرقام الهواتف والبريد الإلكتروني. وإن يرسل البحث المراد نشره الكترونياً (على قرص أو بالبريد الإلكتروني) وفق المواصفات أدناه:

 - أ - أن يكون مطبوعاً على ورق حجم A4 وإن يكون على شكل عمود واحد ويستخدم للغة العربية نوع حرف Simplified Arabic (Times New Roman) للإنجليزية والفرنسية وعلى وجه واحد Microsoft Word بحجم خط (12).
 - ب - الهاشم مسافة 2.5 سم لجميع جوانب الورقة.
 - ج - يرفق الباحث ملخصاً عن بحثه باللغتين العربية والإنجليزية والفرنسية بما لا يزيد عن صفحة واحدة.
 - د - يتم الإشارة إلى المصادر العلمية في متن البحث وفي نهايته، مع مراعاة أن لا يتضمن البحث سوى المصادر التي تم الإشارة إليها في المتن ووفق الأصول المعتمدة في ذلك (اسم المؤلف، سنة النشر، عنوان المصدر، دار النشر، البلد).
 - هـ - ترقم الجداول والرسوم التوضيحية وغيرها حسب ورودها في البحث، كما توثق المستعارة منها بالمصادر الأصلية.
 - و - أن لا يزيد عدد صفحات البحث أو الدراسة عن (25) صفحة.

- 3 - يتم إشعار الباحث باستلام بحثه خلال مدة لا تتجاوز يومين عمل من تاريخ استلام البحث.
- 4 - تخضع كافة البحوث المرسلة إلى المجلة للتقييم العلمي الموضوعي ويبلغ الباحث بالتقييم والتعديلات المقترحة إن وجدت خلال مدة لا تتجاوز أسبوعان من تاريخ استلام البحث.
- 5 - لهيئة تحرير المجلة الحق في قبول أو رفض البحث ولها الحق في إجراء أي تعديل أو إعادة صياغة جزئية للمواد المقدمة للنشر. بما يتماشى والنسق المعتمد في النشر. لدىها بعد موافقة الباحث.
- 6 - يصبح البحث المنشور ملكاً للمجلة ولا يجوز إعادة نشره في أماكن أخرى.
- 7 - تعبّر المواد المنشورة بالمجلة عن آراء أصحابها، ولا تعكس وجهة نظر المجلة أو المعهد العربي للتدريب والبحوث الإحصائية.
- 8 - ترسل البحوث على العنوان الإلكتروني للمجلة:

journal@aitrs.org / Info@aitrs.org

المحتويات

رقم الصفحة	اسم البحث والباحث	ت
1	التنبؤ بإنتاج النفط الخام في العراق باستعمال الأنماذج الموجي الرمادي بخطوط محاذاة متساوية أ.م.د. احمد شاكر محمد طاهر / الجامعة المستنصرية/ كلية الادارة والاقتصاد م. علي محمد علي خضيرم الفرداوي/ جامعة ميسان/ كلية الادارة والاقتصاد	1
13	مقارنة احصائية بين اداء الطلبة في الدوام الحضوري والدراسة عن بعد لطلبة كلية الكوت الجامعية للسنوات 2018 الى 2021 أ.د. عبد الحسين غانم صحي / كلية الكوت الجامعية أ.م. واثق نعيم علوان / كلية الكوت الجامعية م. رجاء كامل مجید / كلية الكوت الجامعية	2
23	تأثير أهم العوامل الاقتصادية في معدلات التضخم في العراق للمرة (1980-2020) (دراسة قياسية) د. زينه أكرم عبد اللطيف النداوي مديرية الارقام القياسية	3
49	ENDPOINT-INFLATED POISSON DISTRIBUTION H. A. Abd EL-Hady, A. T. El-Ghanam, and A. E. Abu-Hussien Statistics Department, Faculty of Commerce, AL-Azhar University (Girls' Branch), Cairo, Egypt	4
69	The Topp -Leone Compound Pareto Type II-gamma $(\theta, \alpha, \beta, c)$ Distribution: Properties and Estimation Nahed M. Helmy, Amel T. Alghnam, Rabab E. Abd EL- Kader and Enas A. Youssef Department of Statistics, Faculty of Commerce, AL-Azhar University, Girls' Branch, Egypt	5

التنبؤ بإنتاج النفط الخام في العراق باستعمال الأنموذج الموجي الرمادي بخطوط محاذاة متساوية

أ.د. احمد شاكر محمد طاهر
جامعة ميسان/ كلية الادارة والاقتصاد

م. علي محمد علي خصير الفرداوي

جامعة المستنصرية/ كلية الادارة والاقتصاد

تاریخ استلام البحث: 2022/10/15

تاریخ قبول البحث: 2022/11/23

نشر البحث في العدد الثامن عشر: مارس / اذار 2023

رمز التصنيف ديوبي / النسخة الالكترونية (Online) : 2522-64X/519.287

رمز التصنيف ديوبي / النسخة الورقية (Print) : 2519-948X/519.287

التنبؤ بإنتاج النفط الخام في العراق باستعمال الأتموذج الموجي الرمادي بخطوط محاذاة متساوية

م. علي محمد علي خضير الفرداوي
جامعة ميسان/ كلية الادارة والاقتصاد

أ.د. احمد شاكر محمد طاهر
الجامعة المستنصرية/ كلية الادارة والاقتصاد

المستخلص

تعامل نظرية النظام الرمادي مع المعلومات غير المؤكدة للظواهر إذ يمكن بموجتها استعمال بعض البيانات لإنشاء نماذج دون مراعاة توزيع تلك البيانات. لذا تم استعمال هذه النظرية على نطاق واسع في مجال معالجة الصور والتنبؤ في مجال السلسلة الزمنية وتحسين النظام والتحكم والقرار وما إلى ذلك. يعد التنبؤ بالنظام الرمادي أحد أهم المكونات في نظرية النظام الرمادي الذي يعمل على ايجاد قواعد تطوير النظام من خلال إجراءات معينة لمعالجة البيانات من أجل التنبؤ بمستقبل النظام علمياً وكثيراً عندما تكون بيانات السلسلة الزمنية ذات تقلبات كبيرة ونطاق تأرجحها أكبر، يكون من الصعب بناء نموذج مناسب لوصف سلوك تلك السلسلة الزمنية، في هذه الحالة يمكننا التفكير في التنبؤ بموجة تطوير البيانات السلوكية في المستقبل بناءً على موجة البيانات الأصلية، ويسمى هذا النوع من التنبؤ بالتنبؤ بالموجات. يعد التنبؤ بالموجات أحد المحتويات المهمة لنظام التنبؤ الرمادي، وعملية النمذجة الخاصة به واصحة وبسيطة، لذا فإن التنبؤ بالموجات يكتسب قيمة عالية للتطبيق في العديد من المجالات. في هذا البحث تم استعمال نماذج التنبؤ الموجية الرمادية للتنبؤ بإنتاج النفط الخام في العراق بالاعتماد على بيانات السلسلة الزمنية لمعدل الإنتاج الشهري والتي تعاني مشاهداتها من التقلبات الكبيرة، وقتم التوصل إلى فعالية هذه الطريقة في التنبؤ بالسلسلة الزمنية.

الكلمات المفتاحية: الأتموذج الموجي الرمادي، خطوط محاذاة متساوية، إنتاج النفط الخام.

Prediction of Crude Oil Production in Iraq by Using the Gray Wave Model with Equal Interval Contour Lines

ABSTRACT

Gray system theory deals with the uncertain information of phenomena, according to which some data can be used to create models without taking into account the distribution of that data. So, this theory has been widely used in the field of image processing, time-series prediction, system optimization, control and resolution, etc. Gray system prediction is one of the most important components of gray system theory that works to find rules for system development through certain data processing procedures in order to predict the future of the system scientifically and quantitatively. When the time series data have large fluctuations and their oscillation range is larger, it is difficult to build a suitable model to describe the behavior of that time series. In this case we can think of predicting the wave of development of behavioral data in the future based on the original data wave. Wave prediction is one of the important contents of the gray prediction system, and its modeling process is clear and simple, so wave prediction is gaining high application value in many fields. In this research, gray wave prediction models were used to predict crude oil production in Iraq based on the time series data of the monthly production rate,

the observations of which suffer from large fluctuations, and the effectiveness of this method in predicting the time series was reached.

Keywords: Grey Wave Forecasting, Equal Interval Contour Lines, Crude Oil Production.

1. المقدمة

في نظرية الأنظمة تستعمل الألوان للتغيير عن توفر المعلومات من عدمه للنظام المدروس، إذ يعتمد اللون الأبيض للتغيير عن توفر المعلومات الكاملة للنظام لذا يسمى بالنظام الأبيض بينما يعتمد اللون الأسود للتغيير عن عدم توفر المعلومات بشكل كامل ويطلق عليه النظام الأسود، في حين يسمى النظام بالنظام الرمادي إذا كانت المعلومات الخاصة به يشوبها عدم التأكيد أو الدقة وبالنسبة لهذا النظام نجد أن بعض المعلومات تكون معروفة والقسم الآخر يكون غير معروف.

يمكن تعريف نظرية النظام الرمادي بأنها بحث في غير المؤكد بسبب استخدامها لبيانات ومعلومات قليلة، هذه النظرية تستخدم مع بيانات قليلة وغير مؤكدة والتي تحتوي على عينات صغيرة من البيانات والمعلومات الجزئية والضعيفة باعتبارها مدخلات البحث الأساسية.

اقتصرت النظرة الأولى على كثافة التنبؤ بالسلسلة الزمنية غير الخطية، وقد تم تطوير هذا النظرة من قبل الباحثين واعتماده في مختلف المجالات الاقتصادية والصناعية والظواهر الطبيعية.

النماذج الرمادية تكون مفيدة للتنبؤ بسلوك السلسلة الزمنية الرتبية بمعنى التي تمتاز بأنها تصاعدية أو تنازلية إذ تعطي تنبؤات ذات دقة عالية ولكنها تكون غير كافية في حالة السلسلة الزمنية ذات التقلبات الدورية والعرضية، مما دفع بالباحثين إلى التفكير بالتنبؤ بموجة سلوك البيانات في المستقبل بناءً على موجة البيانات الأصلية ويسعى هذا النوع من التنبؤ بالتنبؤ بالموجة، والذي يعد أحد أهم التنبؤات الرمادية والأنموذج المعتمد يسمى بالأنموذج الموجي الرمادي وهو محل اهتمام هذا البحث.

تم تقسيم هذا البحث إلى خمسة أقسام رئيسية الأول يتضمن المقدمة، والثاني يتضمن أنموذج التنبؤ الرمادي وتوضيح آلية عمله وخطوات بنائه، والثالث يتضمن الأنموذج الموجي الرمادي وتوضيح مسوغات وجوده وخطوات بنائه، والقسم الرابع يتضمن الجانب التطبيقي للبحث حيث يتم التطبيق على سلسلتين من البيانات، وأخيراً القسم الخامس للاستنتاجات.

2. أنموذج التنبؤ الرمادي Grey Forecasting Model

يعد أنموذج التنبؤ الرمادي من النماذج الكمية المستعملة في التنبؤ والتي تعتمد على دالة التوليد الرمادية حيث تستعمل عملية التوليد التراكمية لتكون معادلات تفاضلية لها خصائص تتطلب بيانات أقل لذا يظهر هذا الأنموذج كأداة فعالة للحصول على معلومات قيمة منمجموعات البيانات الصغيرة [9]. ويشار إلى هذا الأنموذج بـ $GM(p,q)$ ، إذ إن الرمز p يشير إلى رتبة المعادلة التفاضلية والرمز q يشير إلى عدد المتغيرات الداخلة في الأنموذج [4].

كل حالة خاصة من أنموذج التنبؤ الرمادي $GM(p,q)$ ، الأنموذج $GM(1,1)$ والذي يمتاز ببساطته ودقته فضلاً عن أنه الأكثر استعمالاً بالرغم من وجود عدة أنواع أخرى ولكن معظم الباحثين يركزون على استعمال هذا الأنموذج لكفاءته الحسابية، وهذا الأنموذج رمادي خطى من الدرجة الأولى إذ يتكون من معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى مع متغير واحد فقط [18].

يمكن تلخيص فكرة $GM(1,1)$ في تحويل سلسلة البيانات الأصلية ذات الطبيعة العشوائية إلى سلسلة بيانات منتظمة لتحقيق ترتيب يلي متطلبات أنموذج التنبؤ، حيث تخضع البيانات الأولية التي تعاني من العشوائية إلى عملية تجميع تراكمي تسمى بعملية التوليد التراكمي Accumulative Generation Operator (AGO)، ثم يتم حل المعادلة التفاضلية للأنموذج بالاعتماد على سلسلة البيانات الناتجة من عملية التراكم وذلك للحصول على القيمة المتوقعة، ثم يتم تطبيق معكوس عملية التراكم للحصول على القيمة التنبؤية [14]. وبذلك يمكننا أن نقول إن التنبؤ في النماذج الرمادية يشمل عمليات رئيسية

ثلاث هي: عملية التوليد التراكمي، الأنماذجة الرمادية، معكوس عملية التوليد التراكمي [5]، وسيتم توضيح هذه الخطوات كما يأتي:

a. تهيئة بيانات السلسلة الزمنية الأصلية على افتراض أنها تمثل كالتالي [1]:

$$x^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)) , n \geq 4 \quad \dots (1)$$

ومن استعمال عملية التوليد التراكمي لإنشاء تسلسل جديد لسلسلة البيانات الأصلية وكما يأتي:

$$\text{AGO: } x^{(0)} \rightarrow x^{(1)}$$

$$x^{(1)} = [x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)]$$

حيث إن $x^{(1)}$ تمثل السلسلة الجديدة بعد إضافات التراكيمية والتي يتم الحصول عليها كما يأتي:

$$x^{(1)}(m) = \sum_{k=1}^m x^{(0)}(k) , m = 1, 2, \dots, n \quad \dots (2)$$

b. يضعف ويقل تأثير العشوائية وعدم الانتظام في سلسلة البيانات الأصلية بعد أن تجري عملية التوليد التراكمي، وتصبح البيانات الناتجة ذات قاعدة نمو متزايدة، ويتم تحسين تسلسل البيانات الأصلية تدريجياً إلى أن تتضح قيمة التطوير والتغيير في المستقبل ليتم بعد ذلك إنشاء نمذجة النظام وإنشاء معادلة تفاضلية وهذه المعادلة تعد الأساس الذي يستند عليه التنبؤ [6]. بعد أن تنشأ المعادلة التفاضلية يتم حلها باستعمال طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) Ordinary Least Squares للحصول على معلمة α التي تعكس اتجاه التغير في السلسلة $x^{(1)}$ وعمود البيانات الأصلية $x^{(0)}$ ومعلمة β التي تعكس العلاقات المتغيرة بين البيانات ومن ثم الحصول على القيمة المتوقعة للنظام والتتبؤ بسلوك النظام في المستقبل [10] والمعادلة الآتية تمثل المعادلة التفاضلية من الدرجة الأولى التي من خلالها يمكننا نمذجة $x^{(1)}$ [16]:

$$x^{(0)}(m) + \alpha z^{(1)}(m) = \beta , m = 2, 3, \dots, n \quad \dots (3)$$

حيث إن:

α : يمثل معامل التطوير (Developed Coefficient).

β : يمثل متغير السيطرة الرمادي (Grey Controlled Variable).

$z^{(1)}(m)$: تمثل قيم التسلسل الجديد للوسط المتولد من $x^{(1)}$ وتحسب كما يأتي:

$$z^{(1)}(m) = 0.5 (x^{(1)}(m) + x^{(1)}(m-1)) , m = 2, 3, \dots \quad \dots (4)$$

ويمكن إعادة صياغة المعادلة (3) كما يأتي:

$$x^{(0)}(m) = -\alpha z^{(1)}(m) + \beta , m = 2, 3, \dots, n \quad \dots (5)$$

ويمكننا صياغة المعادلة (5) على شكل مصفوفات وكما يأتي:

$$\begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -z^{(0)}(2) & 1 \\ -z^{(0)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(0)}(n) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \quad \dots (6)$$

ويتم تقدير معلمات الأنماذج الرمادي في المعادلة (6) باستعمال طريقة المربعات الصغرى، وكما يأتي:

$$\hat{p} = \begin{bmatrix} \hat{\alpha} \\ \hat{\beta} \end{bmatrix} = (Z'Z)^{-1}Z'\underline{y}$$

Where:

$$Z = \begin{bmatrix} -z^{(0)}(2) & 1 \\ -z^{(0)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(0)}(n) & 1 \end{bmatrix}, \underline{y} = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}$$

بعد الحصول على قيم $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$ يتم حساب قيم الاستجابة الزمنية $(m)(\hat{x}^{(1)})$ وكما يأتي:

$$\hat{x}^{(1)}(m) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{\hat{\beta}}{\hat{\alpha}} \right) e^{-\hat{\alpha}(m-1)} + \frac{\hat{\beta}}{\hat{\alpha}} \quad ; m = 1, 2, \dots, n, n+1, \dots \quad \dots (7)$$

c. بعد أن يتم الحصول على جميع قيم $(\hat{x}^{(1)})$ ، يتم إجراء معكوس عملية التوليد التراكمي (Inverse Accumulated Generating Operation) عن طريق المعادلة الآتية [7]:

$$\hat{x}^{(0)}(m+1) = \hat{x}^{(1)}(m+1) - \hat{x}^{(1)}(m) \quad \dots (8)$$

3. أنموذج التنبؤ الموجي الرمادي Grey Wave Forecasting Model

الأنماذج الرمادية لمتغير واحد أو أكثر تكون مفيدة للتنبؤ بسلوك السلسلة الزمنية الريتيبة إذ تعطي تنبؤات ذات دقة عالية ولكنها تكون غير كافية في حالة السلسلات الزمنية ذات التقليبات الدورية والعرضية، مما دفع بالباحثين إلى التفكير بالتنبؤ بموجة سلوك البيانات في المستقبل بناءً على موجة البيانات الأصلية ويسمى هذا النوع من التنبؤ بالتنبؤ بالموجة، والذي يعد أحد أهم التنبؤات الرمادية والأنماذج المعتمد يسمى بالأنموذج الموجي الرمادي [12] وتتلخص فكرة أنموذج التنبؤ الموجي الرمادي في ثلاث خطوات رئيسية: اختيار خطوط المحاذاة (Contour Lines)، تحديد المتتابعات الزمنية، وتطبيق الأنماذج الرمادي (GM(1,1) على المتتابعات الزمنية [13] وسيتم توضيح هذه الخطوات كما يأتي:

a. اختيار خطوط المحاذة (Choosing Contour Lines): تستعمل في الأنماذج الموجي الرمادي في الأصل خطوط محاذة متساوية مبنية على معدل أعلى وأدنى قيمة في البيانات [3]. الآن، لنرمز للسلسلة الأصلية $X=X(1), X(2), \dots, X(n)$ ، بعد ذلك نرتب هذه السلسلة تصاعدياً للحصول على سلسلة جديدة $(X^a(1), X^a(2), \dots, X^a(n))$. ولتكن $(1) = X^a$ و $\xi_0 = X^a$ ولتكن $\xi_s = X^a(n)$ ولتكن $\xi_{s-1}, \dots, \xi_2, \xi_1$ هي s-quantile للبيانات، حيث إن:

$$\xi_i = \xi_0 + w_i \quad \dots (9)$$

باعتبار أن $w_i = n(i/(s+1))$. وإن ξ تمثل الخطوط المحاذة متساوية الفاصل (Interval Contour Lines) للسلسلة الأصلية

b. تحديد المتتابعات الزمنية (Identifying Contour Time Sequences): يتم تحديد المتتابعات الزمنية بناءً على الخطوط متاوية الفاصل التي تم الحصول عليها من المعادلة (9).
لتكون السلسلة الأصلية هي $X = X(1), X(2), \dots, X(n)$, وخط المحاذي ξ_j يتقاطع مع السلسلة الزمنية الأصلية، ولتكن $(P_1, P_2, \dots, P_{m_i}) = X_{\xi_j}$ مجموعة من نقاط التقاطع (Intersection Points)، P_j تقع على الخط المكسور ذي الرتبة j واحداثيات تكون P_j (Coordinates) حيث إن [15]:

$$q(j) = t_j + \frac{\xi_j - x(t_j)}{x(t_j + 1) - x(t_j)}, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad \dots (10)$$

بالتالي s , $Q_i^{(0)} = (q_i(1), q_i(2), \dots, q_i(m_i))$, $i = 0, 1, 2, \dots, n$ تمثل المتتابعات الزمنية للخط المحاذي ξ_j .

c. ترشيح المتتابعات الزمنية والتنبؤ ب بواسطة (Filtrating Contour Time Sequences and Forecasting with GM(1,1)): بالنسبة للتنبؤ الموجي الرمادي فإنه في الأصل يتم استعمال المتتابعات الزمنية التي تحتوي على 4 عناصر أو أكثر [15] ولكن عندما تقلب السلسلة الزمنية فإن هذا لا يعد ملائماً للتنبؤ بل يكون من الضروري ترشيح هذه المتتابعات عند استعمالها مع GM(1,1) [2]. تعتمد فكرة الترشيح على الارتباط الذاتي (Autocorrelation) للسلسلة الزمنية، حيث إن الارتباط الذاتي يقيس التشابه بين المشاهدات كدالة بدلالة الزمن، بناءً عليه يمكننا اختيار المتتابعات الزمنية التي تكون نهاياتها قريبة من تسلسل أول قيمة مستقبلية، ثم يمكننا استعمال أنموذج GM(1,1) بناءً على المتتابعات التي يتم اختيارها وكما يأتي [17]:

لتكن t_1^f تمثل تسلسل أول قيمة مستقبلية و $Q_i^{(0)} = (q_i(1), q_i(2), \dots, q_i(m_i))$ تمثل المتتابعات الزمنية المختارة للخط المحاذي ξ_j .

تكوين الأنماذج الرمادي GM(1,1) بناءً على $Q_i^{(0)} = (q_i(1), q_i(2), \dots, q_i(m_i))$ للحصول على القيم التنبؤية $q_i(k_i), q_i(m_i + 1), q_i(m_i + 2), \dots, q_i(k_i)$. الترتيب التصاعدي لجميع القيم في المتتابعات الزمنية $Q_s^{(0)}, Q_0^{(0)}, Q_1^{(0)}, \dots, Q_n^{(0)}$ وحذف القيم الباطلة (invalid value)، أي أن:

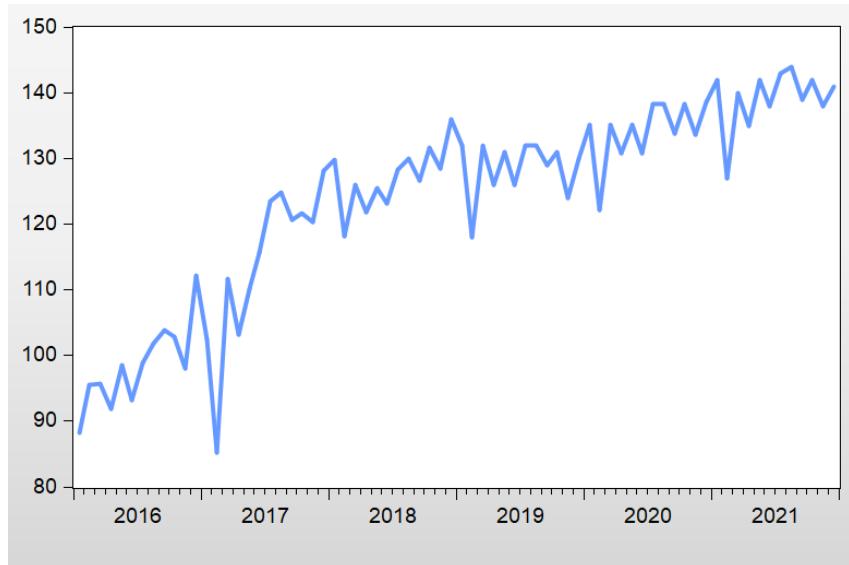
$$q(1) < q(2) < \dots < q(ns)$$

حيث إن $q(k)$ هي نقطة تقع على الخط المحاذي وإن الموجة المولدة من العينة تكون كالتالي:

$$X = \left\{ \xi_{q(k)} + \frac{t - q(k)}{q(k+1) - q(k)} [\xi_{q(k+1)} - \xi_{q(k)}] \right\}, \quad k = 1, 2, \dots, ns \quad \dots (11)$$

4. التطبيق Application

تم التطبيق على بيانات حقيقية تمثل المعدل الشهري لإنتاج النفط الخام بمتالين البراميل في العراق، للفترة من شهر كانون الثاني 2016 إلى كانون الأول عام 2021، أي 72 مشاهدة، والشكل الآتي يوضح رسم هذه السلسلة:



شكل (1): البيانات الشهرية لإنتاج النفط الخام في العراق من كانون الثاني 2016 إلى كانون الأول 2021

نلاحظ من الشكل 1 أن السلسلة هي متذبذبة، ويفيد هذا الكلام الإحصاءات الوصفية المتعلقة بها، حيث إن الفرق بين أعلى قيمة وأكبر قيمة يعد كبيراً نسبياً، كما أن نتائج اختبار Jarque-Bera تدل على أن هذه البيانات لا تتبع التوزيع الطبيعي والجدول الآتي يعرض هذه المقاييس:

جدول (1): الإحصاءات الوصفية للبيانات الشهرية لإنتاج النفط الخام في العراق

Mean	Max	Min	Std. Dev.	Bera-Jarque Test
123.5736	144	85.3	15.23413	9.494792 (0.008674)

والجدول 2 يوضح معاملات الارتباط الذاتي من التخلف الزمني (Lag) الأول إلى التخلف الزمني العاشر، حيث تشير إلى أن هذه السلسلة ذات ارتباط ذاتي عالي (Highly Auto-Correlative) لذا فيمكننا اختيار المتتابعات الزمنية منها.

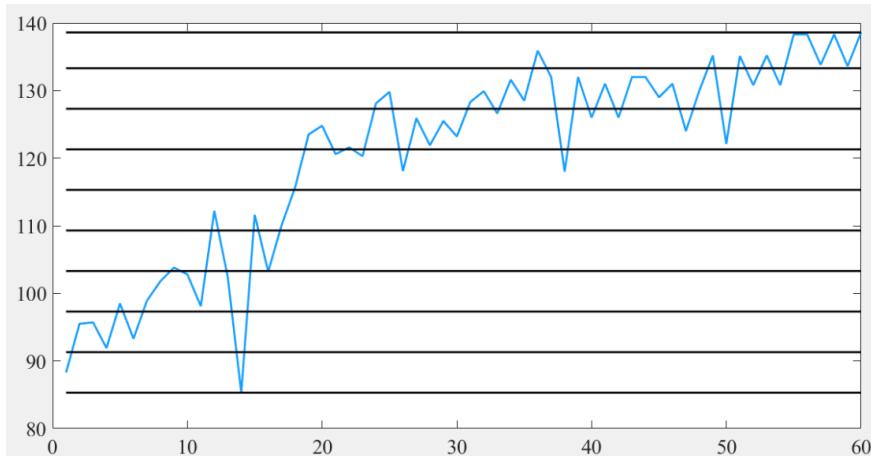
جدول (2): تحليل الارتباط الذاتي لبيانات إنتاج النفط الخام

Lag	1	2	3	4	5
ACF	0.834	0.820	0.783	0.710	0.675
prob.	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Lag	6	7	8	9	10
ACF	0.587	0.583	0.523	0.495	0.465
prob.	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

ولأغراض التنبؤ فقد تم تقسيم هذه السلسلة المكونة من 72 مشاهدة إلى جزأين الجزء الأول للفترة من كانون الثاني عام 2016 إلى كانون الأول عام 2020 بمعنى أنها 60 مشاهدة، والجزء الثاني عبارة عن 12 مشاهدة للفترة بين شهر كانون الثاني وكانون الأول من عام 2021. حيث تم استخدام الجزء الأول

لاختيار الخطوط المحاذية وتحديد المتتابعات الزمنية، والجزء الثاني استعمل لتقدير التنبؤ، والتنبؤ في هذا البحث هو تنبؤ بـ 14 خطوة.

الآن يتم البدء بالخطوة الأولى من خطوات التنبؤ الموجي الرمادي والمتمثلة باختيار الخطوط المحاذية، حيث تم استخدام $s=9$ بمعنى هناك عشرة خطوط محاذية كما موضحة في الشكل 2



شكل (2): خطوط المحاذة العشرة لبيانات إنتاج النفط الخام

الجدول 4 أيضاً يعرض عدد الخطوط المكسورة التي تقاطع كل خط محاذة، وكما يأتي:

جدول (4): خطوط المحاذة ونقاط تقاطعها مع السلسلة الزمنية

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ξ_i	85.3	91.3	97.3	103.3	109.3	115.3	121.3	127.3	133.3	138.6
m_i	1	3	5	6	5	1	9	15	9	1
t_i	14	1	4	8	11	17	18	23	35	60
		13	5	9	12		20	25	36	
		14	6	11	14		21	30	48	
			13	12	15		22	32	49	
			14	14	16		23	33	50	
				16			25	37	51	
							26	38	52	
							37	39	53	
							38	40	54	
								41		
								42		
								46		
								47		
								49		
								50		

الجدول 5 يمثل المتتابعات الزمنية التي تمثل الخطوة الثانية، وكما يأتي:

جدول (5): المتتابعات الزمنية لخطوط المحاذة

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$Q_i^{(0)}$	14	1.42	4.82	8.75	11.79	17.93	18.72	23.9	35.65	60
		13.65	5.23	9.5	12.3		20.83	25.21	36.67	
		14.23	6.71	11.37	14.91		21.70	30.8	48.63	
			13.3	12.91	15.27		22.23	32.79	49.15	
			14.46	14.68	16.88		23.13	33.14	50.86	
				16.01			25.73	37.34	51.42	
							26.41	38.66	52.57	
							37.76	39.78	53.43	
							38.24	40.26	54.33	
								41.74		
								42.22		
								46.53		
								47.55		
								49.6		
								50.4		

الآن نبدأ بالخطوة الثالثة، والتي تمثل ترشيح المتتابعات الزمنية وبناء أنموذج $GM(1,1)$ ، ومن المعلوم أن أول قيمة مستقبلية هي ذات الترتيب 61، كما علمنا أيضاً أن السلسلة فيها ارتباط ذاتي قوي كما هو موضح في الجدول 3، وقد تم اختيار $Q_6^{(0)}$, $Q_7^{(0)}$ and $Q_8^{(0)}$ لنمذجة $GM(1,1)$; وذلك لأنها الأقرب إلى القيم المستقبلية، وعملية التوليد التراكمي يتم إيجادها طبقاً للمعادلة (2) لجميع هذه المتتابعات، وبذلك نحصل على الجدول 6 الآتي:

جدول (6): عملية التوليد التراكمي

i	6	7	8
AGO	18.72	23.9	35.65
	39.55	49.11	72.32
	61.25	79.91	120.95
	83.48	112.7	170.1
	106.61	145.84	220.96
	132.34	183.18	272.38
	158.75	221.84	324.95
	196.51	261.62	378.38
	234.75	301.88	432.71
		343.62	
		385.84	
		432.37	
		479.92	
		529.52	
		579.92	

فيما بعد س يتم الحصول على قيم $(m)^{(1)} z$ طبقاً للمعادلة (4)، وكما في الجدول الآتي:

جدول (7): الوسط المتولد للمتابعات القريبة

i	6	7	8
$\mathbf{z}_i^{(1)}$	29.14	36.51	53.99
	50.40	64.51	96.64
	72.37	96.31	145.53
	95.05	129.27	195.53
	119.48	164.51	246.67
	145.55	202.51	298.67
	177.63	241.73	351.67
	215.63	281.75	405.55
		322.75	
		364.73	
		409.11	
		456.15	
		504.72	
		554.72	

باستعمال طريقة المربعات الصغرى يتم الحصول على التقديرات الآتية:

$$\hat{p}_6 = \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_6 \\ \hat{\beta}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1021 \\ 15.4501 \end{bmatrix}$$

$$\hat{p}_7 = \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_7 \\ \hat{\beta}_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0432 \\ 27.8887 \end{bmatrix}$$

$$\hat{p}_8 = \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_8 \\ \hat{\beta}_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0366 \\ 41.4248 \end{bmatrix}$$

وبعد الحصول على قيم كل من $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$ قيم وقت الاستجابة يمكن حسابها كما يأتي:

$$q_6^{(1)}(m) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{\hat{\beta}_6}{\hat{\alpha}_6} \right) e^{-\hat{\alpha}_6(m-1)} + \frac{\hat{\beta}_6}{\hat{\alpha}_6} = 170.04e^{0.1021(m-1)} - 151.32$$

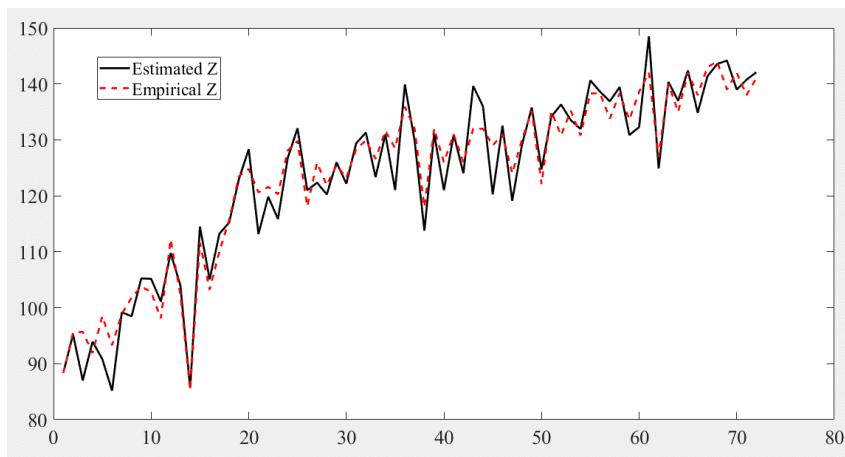
$$q_7^{(1)}(m) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{\hat{\beta}_7}{\hat{\alpha}_7} \right) e^{-\hat{\alpha}_7(m-1)} + \frac{\hat{\beta}_7}{\hat{\alpha}_7} = 669.47e^{0.0432(m-1)} - 645.57$$

$$\begin{aligned} q_8^{(1)}(m) &= \left(x^{(0)}(1) - \frac{\hat{\beta}_8}{\hat{\alpha}_8} \right) e^{-\hat{\alpha}_8(m-1)} + \frac{\hat{\beta}_8}{\hat{\alpha}_8} \\ &= 1167.48e^{0.0417(m-1)} - 1131.83 \end{aligned}$$

عندئذ:

$$q_i(m) = q_i^{(1)}(m) - q_i^{(1)}(m-1)$$

بعد الحصول على القيم المقدرة، يمكننا التنبؤ بالسلسلة الزمنية، وتم حساب قيمة معيار جذر متوسط مربعات الخطأ (RMSE) وكانت قيمتها تساوي 3.567، وبالنسبة للسلسلة الأصلية ومقارنتها بالسلسلة المقدرة، والشكل الآتي يوضح مدى التقارب بينهما:



شكل (3): القيم التقديرية والتجريبية للسلسلة

5. الاستنتاجات Conclusion

في هذا البحث تمت دراسة المعدل الشهري لإنتاج النفط الخام في العراق، وأظهرت النتائج أن هذه السلسلة تعاني من أنها ليست سلسلة رتبية بل إن هناك تقلبات، كما أظهرت النتائج أن هذه البيانات لا تتبع التوزيع الطبيعي وأن الارتباط الذاتي قوي. وقد تم استعمال المتتابعات الزمنية (6 ، 7 ، 8) للتنبؤ بالسلسلة لأنها الأقرب إلى القيمة المستقبلية الأولى. أظهر الرسم البياني مدى قرب السلسلة التجريبية الأصلية مما تم تقاديره بطريقة الموجة الرمادية.

References

- Chang, C. J., Der-Chiang, L. I., Chien-Chih, C. H. E. N., & Wen-Chih, C. H. E. N. (2019). EXTRAPOLATION-BASED GREY MODEL FOR SMALL-DATASET FORECASTING. *Economic Computation & Economic Cybernetics Studies & Research*, 53(1).
- Chen, Y., Liu, B., & Wang, T. (2020). Analysing and forecasting China containerized freight index with a hybrid decomposition–ensemble method based on EMD, grey wave and ARMA. *Grey Systems: Theory and Application*.
- Chen, Y., Zou, Y., & Wang, S. (2015). Grey wave forecasting with qualified unequal-interval contour lines and its application in metal prices prediction. In 2015 IEEE International Conference on Grey Systems and Intelligent Services (GSIS) (pp. 261-265). IEEE.
- Duman, G. M., Kongar, E., & Gupta, S. M. (2019). Estimation of electronic waste using optimized multivariate grey models. *Waste Management*, 95, 241-249.
- Geng, N., Zhang, Y., Sun, Y., Jiang, Y., & Chen, D. (2015). Forecasting China's annual biofuel production using an improved grey model. *Energies*, 8(10), 12080-12099.
- Guo, Y. L., Zhao, M. H., & Deng, Z. W. (2014). Tunnel surrounding rock deformation forecast analysis based on GM and FEM. *Electronic Journal of Geotechnical Engineering*, 19, 1379-1394.
- Hu, Y. C. (2020). Energy demand forecasting using a novel remnant GM (1, 1) model. *Soft Computing*, 24(18), 13903-13912.

8. Julong, D. (1982). Grey control system. *Journal of Huazhong University of Science and Technology*, 3(9), 18.
9. Kahraman, C., & Yavuz, M. (2010). Production engineering and management under fuzziness (Vol. 252). Springer.
10. Lin, L., & Lind, H. (2010). AN APPLICATION OF GREY SYSTEM THEORY INTO REAL ESTATE INVESTMENT DECISION-MAKING (Doctoral dissertation, MS thesis, Department of Real Estate and Construction Management, KTH, Stockholm, Sweden).
11. Liu, S., Dang, Y, Fang, Z. (2010). Grey System Theory and Its Application. 5th edition Beijing China: Science Press.
12. Liu, S., & Forrest, J. Y. L. (2010). Grey systems: theory and applications. Springer Science & Business Media.
13. Liu, S. & Lin, Y. (2010). Grey Systems: Theory and Applications. Springer.
14. Liu, S., Yang, Y., Xie, N., & Forrest, J. (2016). New progress of grey system theory in the new millennium. *Grey Systems: Theory and Application*.
15. Wan, Q., Wei, Y., & Yang, X. (2010). Research on grey wave forecasting model. In *Advances in Grey Systems Research* (pp. 349-359). Springer, Berlin, Heidelberg.
16. Wu, W. Z., & Zhang, T. (2020). An improved gray interval forecast method and its application. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 49(5), 1120-1131.
17. Yin, K., Lu, D., & Li, X. (2017). A novel grey wave method for predicting total Chinese trade volume. *Sustainability*, 9(12), 2367.
18. Zhang, L., Wang, L., Zheng, Y., Wang, K., Zhang, X., & Zheng, Y. (2017). Time prediction models for echinococcosis based on gray system theory and epidemic dynamics. *International journal of environmental research and public health*, 14(3), 262.

**مقارنة احصائية بين اداء الطلبة في الدوام الحضوري والدراسة عن بعد
لطلبة كلية الكوت الجامعة للسنوات 2018 الى 2021**

أ.د. عبد الحسين غانم صحي م.م واثق نعيم علوان م. رجاء كامل مجید

تاريخ استلام البحث: 2022 / 01 / 11

تاريخ قبول البحوث: 2022/11/ 24

نشر البحث في العدد الثامن عشر: مارس / اذار 2023

رمز التصنيف ديوبي / النسخة الالكترونية (Online) : 2522-64X/371.33

رمز التصنيف ديوبي / النسخة الورقية (Print) : 2519-948X/371.33

مقارنة احصائية بين اداء الطلبة في الدوام الحضوري والدراسة عن بعد لطلبة كلية الكوت الجامعة للسنوات 2018 الى 2021

أ.د. عبد الحسين غانم صخي م. رجاء كامل مجید م.م واثق نعيم علوان

ملخص البحث

هناك بعض الظروف القاهرة التي تمر على دول العالم يجعلها تلجأ إلى خطط طوارئ أو اعتماد خطط بديلة . وان الذي حصل خلال فترة تعرض العالم الى جائحة (كوفيد 19) وتعطل الحياة الاجتماعية نتيجة الاغلاق المجتمعي مما ادى الى لجوء غالبية الدول في العالم الى اعتماد الدراسة عبر منصات التواصل الالكتروني بدلاً من الدوام الحضوري.

غالبية الدول لم تكن مستعدة بما فيه الكفاية لمواجهة مثل هذا التحدي بسبب قلة خبرة المؤسسات التعليمية وملاكاتها التعليمية وحتى الطلبة لمواجهة مثل هذا التحدي. كما ان البنية التحتية واللوجستية لم تكن هي الاخرى بهذا المستوى الذي يساعدها على مواجهة الوضع الجديد.

وفي ضوء ما تقدم فأن الذي حصل في العراق لم يكن في معرضه عمما حصل في عموم دول العالم حيث تحولت الدراسة في الجامعات والكليات في العراق الى نظام الدراسة عن بعد وهذا ما حصل في كلية الكوت الجامعية خلال فترة انتشار الوباء للسنوات 2019 و لغاية سنة 2022.

وبسبب قلة المعلومات المتوفرة عمما آلت اليه الجهود التربوية في ضوء التعليم عن بعد لهذا فقد دعت الحاجة الى اجراء بحوث علمية بهدف جمع الحقائق و البيانات والمؤشرات عن الحالة الجديدة في ضوء ظروف الجائحة . وهنا تكمّن أهمية هذا البحث و الحاجة اليه .

ان حدود البحث الحالي هو في استهداف السنوات الدراسية في الدوام الحضوري والدراسة عن بعد ومقارنة اداء الطلبة في ضوء نتائج التخرج لثلاث دفعات لقسم تقنيات المختبرات الطبية في كلية الكوت الجامعية للسنوات من 2018 لغاية 2022 .

وان فرضيات البحث بعدم وجود فوارق معنوية بين اداء الطلبة في الدوام الحضوري والدوام عن بعد عبر التواصل الالكتروني

وكانت اجراءات البحث لتحقيق اهداف هذا البحث باستخدام الاختبارات التائية لعينيتيين غير متراقبتين لغرض معرفة فيما اذا كانت هناك فروق ذات دلالة معنوية بين الدوام الحضوري ونظام عن بعد عبر منصات التواصل الالكتروني وعلى مستوى دلالة (0.01) وبعد اجراء الاختبارات الاحصائية واستعراض النتائج ومناقشتها فقد تبين بعدم وجود فوارق ذات دلالة احصائية بين نظام الدراسة الحضوري والدراسة عن بعد .

وقد اوصى الباحثون في ضوء النتائج المتحققة بضرورة السعي وراء رفع مستوى الاداء التربوي وتقليل التشتت بين درجات الطلبة واعتماد النظام الهجين مستقبلاً وتطوير الوسائل و التقانات التربوية ومواصلة اجراء البحوث في اقسام الكلية الاخرى بهدف الحصول على مؤشرات تربوية تسهم في رفع الاداء مستقبلاً

الكلمات المفتاحية : التعليم الالكتروني، التعليم عن بعد، التوزيع الاعتدالي، اختبار t-test

Statistically comparison between the performance of students in attendance and distance study for students of Kut University College for the years 2018 to 2021

Abstract:

There are some force majeure circumstances that the countries of the world are going through that make them resort to contingency plans or adopt alternative plans. And that what happened during the period of the world's exposure to the (Covid 19) pandemic and the disruption of social life as a result of the societal closure, which led to the majority of countries in the world resorting to adopting the study through electronic communication platforms instead of attendance.

The majority of countries were not sufficiently prepared to face such a challenge because of the lack of experience of educational institutions and their educational staff and even students to face such a challenge. In addition, the infrastructure and logistics were not at the same level that would help it face the new situation.

In light of the foregoing, what happened in Iraq was not isolated from what happened in all countries of the world, as studies in universities and colleges in Iraq turned into a remote study system, and this is what happened at Kut University College during the period of the epidemic for the years 2019 to 2022. Because of the lack of available information on the outcome of educational efforts in the light of distance education, there was a need to conduct scientific research with the aim of collecting facts, data and indicators about the new situation in light of the conditions of the pandemic. Herein lies the importance of this research and the need for it.

The limits of the current research are in targeting the academic years in attendance and distance studies and comparing the performance of students in the light of the graduation results of three batches of the Department of Medical Laboratory Technologies at Al-Kut University College for the years from 2018 to 2022.

Because of the lack of available information on the outcome of educational efforts in the light of distance education, there was a need to conduct scientific research with the aim of collecting facts, data and indicators about the new situation in light of the conditions of the pandemic. Herein lies the importance of this research and the need for it.

The limits of the current research are in targeting the academic years in attendance and distance studies and comparing the performance of students in the light of the graduation results of three batches of the Department of Medical Laboratory Technologies at Al-Kut University College for the years from 2018 to 2022.

Moreover, the hypotheses of the research that there are no significant differences between the performance of students in attendance and working hours remotely through electronic communication.

The research procedures to achieve the objectives of this research were by using t-tests for two unconnected samples for knowing whether there are significant differences between the attendance system and the remote system via platforms. Electronic communication and at the level of significance (0.01) After conducting the statistical tests, reviewing, and discussing the results, it found that there are no statistically significant differences between the attendance system and the distance study.

In light of the achieved results, the researchers recommended the need to seek to raise the level of educational performance, reduce the dispersion between students grades, adopt the hybrid system in the future, develop educational means and technologies, and continue conducting research in other departments of the college with the aim of obtaining educational indicators that contribute to raising performance in the future.

مقدمة

قد تمر بعض الظروف القاهرة على دول العالم وتضعها امام تحديات ومواجهات تتطلب العديد من التحضيرات المادية وحقى البشرية. فعلى سبيل المثال تتعرض بعض الدول في العالم الى نزاعات مسلحة او مواجهات عسكرية ومنها ما تتعرض الى كوارث طبيعية مثل العواصف والاصاصير او الهزات الارضية والفيضانات وغيرها، وقد تحصل بعض الاصابات بالافات والاصابات الحشرية والامراض التي تصيب الانسان والحيوانات والنباتات. وكذلك الحال عند التعرض الى التلوث الاشعاعي والبيئي والتغير المناخي والاحتباس الحراري والحرائق في الغابات. جميع هذه التحديات التي تحصل في العالم قد يكون بعضها بسبب الانسان وبشكل متعمد او مقصود او بسبب اخطاء او حالات غير مسيطر عليها اثناء العمل وهناك البعض الآخر من التحديات تكون الطبيعة المسبب الاساس فيها.

جميع هذه التحديات التي تحصل على مستوى دولة واحدة او في محيط اقليمي او قاري او شمولي على نطاق العالم فأن المجتمع الدولي المتمثل في المنظمات الدولية ومنظمات المجتمع المدني والحكومات تسعى جاهدة لمواجهة هذه التحديات ووضع الامكانات المادية والبشرية لتجنيب وتقليل الخسائر الناجمة عن هذه الكوارث.

ان الذي حصل في عام 2019 اثناء تعرّض العالم باسره الى جائحة كوفيد 19 قد دعى الى تظاهر جهود جميع مكونات المجتمع الدولي للتصدي وقد تعرّض الافراد الى الحجر الصحي والاغلاق المجتمعي وتعطلت جميع الانشطة التعليمية والاقتصادية والخدمة الى تغيير نمط العمل اليومي بأساليب بدائلية تتلائم مع الوضع الصحي الجديد.

ان الذي يهمنا في هذا البحث هو الاجراءات البديلة التي اعتمدتها دول العالم اثناء انتشار جائحة كوفيد 19 واساليب تكيف الحياة لضمان استمرار الدراسة بأساليب اخرى غير الدوام الحضوري والاستفادة من نظام التعليم الالكتروني كاسلوب بديل لمعالجة الراهن في عموم دول العالم.

لحد كتابة هذا البحث فإن الجائحة لم تنتهى وهناك موجات متتابعة تصيب هنا وهناك. ان الذي حصل في العراق في ظروف الجائحة لم يختلف كثيراً عما حصل في دول العالم حيث تعرضت الحياة

الاجتماعية الى الاغلاق وتعطلت الانشطة الاجتماعية والاقتصادية التربوية في عموم البلاد خلال موجات تفشي الجائحة. ولمواجهة هذه التحديات في الوضع القائم فقد اعتمدت المدارس والجامعات اساليب التعليم الالكتروني عبر المنصات التعليمية .

لم تكن الجامعات والكلليات في العراق سواء الحكومية والاهلية بمستوى من الاستعداد سواء من الناحية اللوجستية او التربوية في العراق هناك عوامل تؤثر بشكل ملحوظ على تنفيذ العمل في التعليم الالكتروني) منها عدم استقرار التيار الكهربائي وضعف منظومة الانترنت وعدم وجود تغطية فضلا على Learning-E (ان الملاكات التدريسية غير مؤهلة او مدربة على اساليب اعداد المحاضرات التي تبث عبر المنصات التعليمية كما ان الطلبة غير معتمدين على هذا النمط من اساليب التعليم بالإضافة الى البيئات الاجتماعية في العوائل العراقية.

لهذا فإن البحث الحالي يعد محاولة لتسلیط الضوء عما جرى اثناء فترة التعليم عن بعد من خلال منصات التواصل التعليمي ومقارنة اداء الطلبة في حالة الدوام الحضوري والدراسة عن بعد خلال فترة الجائحة لكي تكون على بينة مما حصل وصولا الى وضع بعض التوصيات التي من شأنها تطوير العمل التربوي في كلية الكوت الجامعة في واسط.

مشكلة البحث

ان ما حصل في عموم دول العالم وفي العراق على وجه التحديد على اثر الى الجائحة اصابت البشرية منذ عام 2019 ولحد الان قد ادى الى تعطيل الانشطة الاقتصادية والاجتماعية مما تسبب في خسائر مادية واجتماعية ونفسية. فعلى مستوى التربية والتعليم وبسبب الاغلاق المجتمعي واعتماد وسائل التعليم الالكتروني قد اثر بشكل واخر على مستوى الاداء.

ان مشكلة البحث الحالي هي عدم وجود معلومات كافية على مستوى اداء الطلبة في الدراسة الالكترونية عبر المنصات عن بعد والتعليم الحضوري. يعد هذا البحث محاولة جادة لتسلیط الضوء على مستوى اداء الطلبة في الدوام الحضوري والدراسة عن بعد.

أهمية البحث

تكمن اهمية هذا البحث بأنه محاولة اولى لتسلیط الضوء على مستوى الاداء الجامعي بين الدراسة الحضورية والدراسة على منصات التواصل التعليمي على اثر تعرض العراق الى جائحة كوفيد 19 حيث لم تكن هناك دراسات سابقة في الجامعات والكلليات العراقية لمعرفة مستوى الاداء والتحصيل التربوي في الدوام الحضوري والدراسة عن بعد.

ان النتائج المتحققة في ضوء اجراءات هذا البحث سوف تساعد الباحثين والمعنيين بالجوانب التربوية على فهم اكثرا لما قد يحصل في حالة اتباع نمط جديد من تعليم الطلبة عما هو سائد من طرائق تدريس حضورية في الجامعات العراقية . وان هذه المعلومات قد تساعده مستقبلا على تطوير اساليب التعليم في الجامعات العراقية خاصة في التعليم الالكتروني و اللجوء الى اعتماد اساليب طرائق التدريس الهجين للمزاوجة بين الدوام الحضوري و الدراسة عن بعد عبر المنصات التعليمية مما يساعد في تطوير اساليب التعليم في العراق .

حدود البحث

يتحدد البحث الحالي من مقارنة اداء الطلبة في كلية الكوت الجامعة للسنوات 2018، 2020، 2021، 2019 في ضوء نتائج الطلبة الخريجين من قسم تقنيات المختبرات الطبية في الكلية.

منهجية البحث

ان قسم تقنيات المختبرات الطبية يعد من الاقسام الفاعلة في كلية الكوت الجامعية حيث ان هذا القسم قد خرج ثلاث دورات لحد الان. ولغرض تحقيق اهداف هذا البحث فقد اعتمد الباحثين على النتائج الامتحانية للطلبة الخريجين وعلى مدار ثلاث دفعات متخرجة منها دفعة تخرجت في الدوام الحضوري ودفعتين في الدوام الالكتروني عبر منصات التعليم المتاحة.

وبعد الحصول على النتائج الامتحانية للطلبة الخريجين وفي ضوء معدلات الطلبة الخريجين لكل سنة من سنوات الدراسة المستهدفة لاغراض هذا البحث ستكون المقارنات وفق الجدول رقم (1) الآتي:

جدول رقم (1) يوضح سلسلة مقارنة النتائج الامتحانية للسنوات من 2018 الى 2021

1.	مقارنة نتائج سنة 2018-2019 مع سنة 2019-2020
2.	مقارنة نتائج سنة 2018-2019 مع سنة 2020-2021
3.	مقارنة نتائج سنة 2019-2020 مع سنة 2020-2021

فرضية البحث

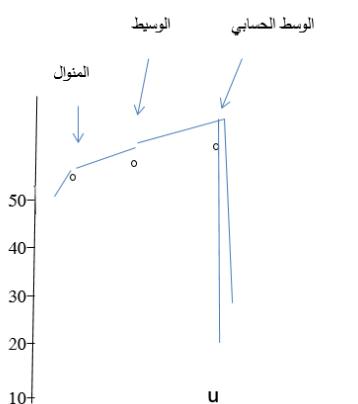
من حيث المبدأ يرى الباحثين عدم وجود فوارق ذات دلالة معنوية بين اداء الطلبة في الدراسة الحضورية والدراسة عن بعد عبر المنصات التعليمية وعلى مستوى دلالة (0.01).

اجراءات البحث (2)،(3):

بعد الحصول على البيانات الخاصة بمعدلات الطلبة المتخرجين من قسم تقنيات المختبرات الطبية الدراسة الصباحية وللدورين الاول والثاني لسنة (2018-2019) حيث كانت الدراسة حضورية حيث تبين ان اعداد الطلبة المتخرجين كان (20) طالب وطالبة. ان المعدل العام لجميع الطلبة المتخرجين في تلك السنة كان (67.4) وان درجة الوسيط هي (62.1) وان مقدار المنوال كان (60.3) اما الانحراف المعياري فكان يساوي (12) وان اعلى درجة معدل تخرج كانت (92.5) واقل درجة تخرج هي (52.7) وان المدى كان (40).

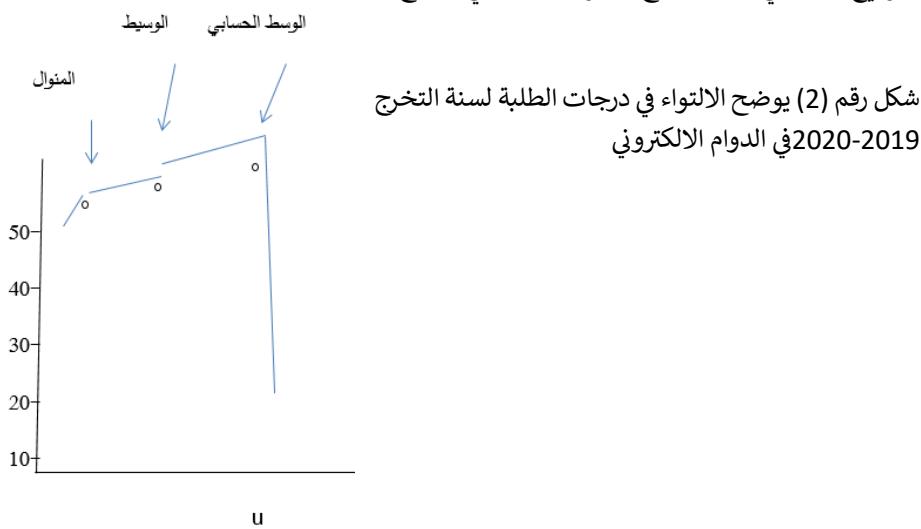
الشكل رقم (1) يوضح توزيع درجات الطلبة ضمن التوزيع الاعتدالي حيث يتضح ان الالتواء السالب للدرجات:

شكل رقم (1) يوضح الالتواء في درجات الطلبة لسنة التخرج 2018-2019 في الدوام الحضوري



اما معدلات التخرج لطلبة قسم التقنيات الطبية لسنة 2019-2020 وللدورين الاول والثاني في الدراسة الصباحية حيث كان عدد الطلبة الخريجين (115) طالب وطالبة. ان المعدل العام لجميع الطلبة الخريجين كان (67.7) وان مقدار الوسيط هو (66.2) وان مقدار درجة المنوال (63.8).

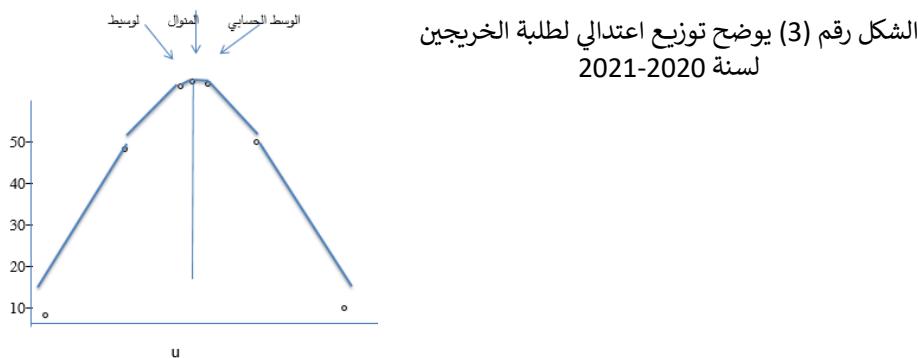
اما مقدار الانحراف المعياري فكان يساوي (8.7) وان اعلى درجة تخرج كانت (89.9) وان اقل درجة تخرج كانت (59.5) وان المدى كان (30.4). والشكل رقم(2) يوضح توزيع درجات الطلبة ضمن التوزيع الاعتدالي حيث يتضح الالتواز السالب في النتائج:



اما معدلات الطلبة المخريجين من قسم تقنيات المختبرات الطبية لسنة 2020-2021 وللدورين في الدراسة الصباحية حيث كان عدد الطلبة الخريجين (121) طالب وطالبة. ان المعدل العام لجميع الطلبة المخريجين في تلك السنة هو (69.9) وان مقدار درجة الوسيط هي (69.1) وان مقدار درجة المنوال كانت (70.2). ان مقدار الانحراف المعياري فكان يساوي(6.77) وان اعلى درجة تخرج كانت

(90.3) واقل درجة تخرج (55.8) وان مقدار درجة المدى فكانت (34.5).

وكما في الشكل رقم (3) يوضح توزيع درجات الطلبة ضمن التوزيع الاعتدالي حيث يوضح ان الالتواز قليل ودرجات الطلبة اقرب ما تكون متوزعة توزيع اعتدالي.



ولغرض اكمال البحث وتحقيق اهدافه فلا بد من اجراء الاختبارات التالية t -test ولمعرفة فيما اذا كانت هناك فوارق ذات دلالة احصائية بين نتائج الطلبة في الدراسة الحضورية والدراسة عبر منصات

التعليم الإلكتروني خلال فترة تفشي جائحة (كوفيد 19) . يمكن ملاحظة البيانات الواردة في جدول رقم (2). ولأجل ذلك فقد تم استخدام الاختبارات التائية لمجموعتين غير مترابطتين وفق المعادلة الآتية:

$$t_{0.05,20} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{(n_1+n_2-2)}}} \dots\dots (1)$$

حيث ان:

\bar{X}_1 = الوسط الحسابي لجميع الطلبة المتخرجين لسنة (2018-2019)

\bar{X}_2 = الوسط الحسابي لجميع الطلبة المتخرجين لسنة (2019-2020)

n_1 = عدد الطلبة المتخرجين لسنة (2018-2019)

n_2 = عدد الطلبة المتخرجين لسنة (2019-2020)

s_1^2 = تباين درجات الطلبة لسنة (2018-2019)

s_2^2 = تباين درجات الطلبة لسنة (2019-2020)

جدول رقم (2) ملخص البيانات الخاصة بنتائج السنوات الدراسية الثلاث المستهدفة في البحث

المدى	اقل درجة تخرج	اعلى درجة تخرج	الانحراف المعياري	المنوال	الوسط	المعدل العام لجميع الخريجين	عدد الطلبة الخريجين	سنوات التخرج	ت
40	52.07	92.5	12	60.3	62.1	67.4	20	-2018 2019	1
30.4	59.5	89.9	8.7	63.8	66.2	67.7	115	-2019 2020	2
34.5	55.8	90.3	6.77	70.2	69.1	69.9	121	-2020 2021	3

فرضية البحث الاولى

بعد استخدام معادلة رقم (1) لعرض حساب القيمة التائية المحسوبة لغرض معرفة فيما اذا كانت هناك فوارق ذات دلالة معنوية بين النتائج الامتحانية للطلبة المتخرجين لسنة (2018-2019) حيث الدوام الحضوري و النتائج الامتحانية للطلبة الخريجين للسنة الدراسية (2019-2020) حيث الدوام عبر منصات التواصل الإلكتروني وعلى مستوى دلالة (0.01) ودرجة حرية (133) .

لقد بینت الحسابات وفق المعادلة رقم (1) بأن الدرجة التائية المحسوبة كانت (-0.23) وان قيمة الدرجة التائية الجدولية كانت (2.32) وهذا يعني ان الدرجة التائية الجدولية تقع في منطقة القبول . لذلك تقبل الفرضية الصفرية بمعنى لا توجد فوارق معنوية احصائية لاداء الطلبة في الدوام الحضوري لسنة 2018-2019 و اداء الطلبة لسنة 2019-2020 في الدوام عبر منصات التعليم الإلكتروني .

فرضية البحث الثانية

لفرض تحقيق فرضية البحث الثانية التي تنص على عدم وجود فوارق ذات دلالة معنوية بين اداء طلبة قسم تقنيات المختبرات الطبية في الدوام الحضوري لسنة 2018-2019 مع اداء الطلبة في الدراسة عن بعد عبر منصات التواصل الإلكتروني للسنة 2020-2021 في الدراسة الصباحية .

ومن خلال استخدام المعادلة رقم (1) لغرض حساب القيمة التائية لدراسة عينتين غير مترابطتين وعلى مستوى دلالة (0.01) . حيث كانت القيمة التائية المحسوبة (1.35) و ان القيمة الجدولية على مستوى دلالة (0.01) ودرجة حرية (139) كانت (2.32) وهي تقع ضمن منطقة القبول وهذا يعني قبول فرضية البحث بمعنى عدم وجود فوارق ذات دلالة معنوية بين اداء الطلبة في الدوام الحضوري لسنة 2018-2019 و اداء الطلبة في التعليم عبر المنصات الالكترونية لسنة 2020-2021.

فرضية البحث الثالثة

فرضية البحث الثالثة تنص بعدم وجود فوارق معنوية بين اداء الطلبة في قسم تقنيات المختبرات الطبية في التعليم عبر منصات التعليم الالكتروني لسنة 2019-2020 وكذلك اداء الطلبة لسنة 2020-2021 حيث الدراسة عبر منصات التعليم الالكتروني .

بعد استخدام المعادلة رقم (1) لمقارنة مجموعتين غير مترابطتين لغرض حساب القيمة التائية فقد تم حساب القيمة التائية المحسوبة والتي تساوي (2.18) اما القيمة التائية الجدولية وعلى مستوى دلالة (0.01) ودرجة حرية (234) وكانت تساوي (2.32). ولما كانت القيمة التائية الجدولية اكبر من القيمة التائية المحسوبة لهذا فهي تقع ضمن منطقة القبول بمعنى قبول فرضية البحث بعدم وجود فوارق معنوية بين اداء الطلبة للسنتين الدراسيتين ضمن التعليم الالكتروني .

الاستنتاجات ومناقشة النتائج (4,5)

عند مراجعة الجدول رقم (2) الذي يلخص البيانات الخاصة بنتائج تخرج الطلبة في السنوات الثلاث المستهدفة بالبحث فيمكن ملاحظة الآتي :

1- نتائج الطلبة المتخرجين لسنة 2018-2019 الدراسة الحضورية

يتضح من الجدول ان المعدل العام للطلبة المتخرجين كان يساوي (67.4) وهذا المعدل لهذه السنة في الدوام الحضوري هو اقل من السنوات التي تلتها في الدراسة عن بعد عبر منصات التواصل الالكتروني كما ان الانحراف المعياري لدرجات الطلبة بتلك السنة كان يساوي (12) وهذا يدلل على تشتت درجات الطلبة حيث بتطبيق ذلك مع مقدار المدى بين اعلى درجة و اقل درجة حيث كان المدى يساوي (40) وهذا فرق كبير بين الطالب الاول والطالب الاخير .

2- نتائج الطلبة المتخرجين لسنة 2019-2020 الدراسة عن بعد

يلاحظ في الجدول ان المعدل العام للطلبة المتخرجين في هذه السنة حيث الدراسة عن بعد ان المعدل فيه زيادة عن السنة السابقة في الدوام الحضوري و اقل من المعدل العام للسنة اللاحقة و هي سنة دراسية عبر المنصات الالكترونية. اما الانحراف المعياري فكان يساوي (8.7) وهو اقل من الانحراف المعياري للسنة السابقة و اكبر من السنة اللاحقة كما ان المدى كان يساوي (30.4) وهو اقل من السنة السابقة و اقل من السنة اللاحقة وفي كل الاحوال فإن المدى يعد كبير بين الطالب الاول والطالب الاخير في قائمة التخرج .

3- نتائج الطلبة المتخرجين لسنة 2020-2021 الدراسة عن بعد

تظهر النتائج في الجدول ان المعدل العام للطلبة الخريجين في هذا السنة (69.9) وهو معدل اعلى من السنتين السابقتين ويكون المعدل العام و مقدار الوسيط (69.1) و المتوسط (70.2) فهذا يدلل على ان النتائج الامتحانية تقترب من التوزيع الاعتدالي وهذا ما يجب ان تكون عليه مخرجات التعليم كما ان المعدل العام لهذه السنة هو اعلى من السنتين السابقتين . وعند ملاحظة الانحراف المعياري الذي يساوي (6.77) و هو الاخر اقل من السنتين السابقتين و ان المدى بين اعلى درجة تخرج و اقل درجة تخرج فكان يساوي (34.5) وهو فارق ليس بقليل .

4- مناقشة نتائج الاختبارات التائبة (t-test).

اظهرت النتائج في الاختبارات التائبة بعدم وجود فوارق ذات دلالة معنوية بين الدراسة الحضورية و الدراسة عبر منصات التواصل الالكتروني .

كما ان النتائج في الاختبارات التائبة بين النتائج الامتحانية للسنة الدراسية (2019-2020) والنتائج للسنة الدراسية (2020-2021) حيث في كلتا السنين كانت الدراسة عبر التواصل الالكتروني حيث بينت النتائج بعدم وجود فوارق ذات دلالة معنوية بين النتائج في كلتا السنين .

التوصيات والمقترحات

1. بینت النتائج بأن المعدل العام لجميع الخريجين للثلاث سنوات لم تتجاوز (69.9) درجة وهو معدل مقبول لحد ما ويفضل ان يكون اعلى من ذلك ويعيد هذا المعدل العام كمؤشر للسنوات القادمة لغرض مقارنة الاداء.

2. اظهرت النتائج ان التوزيع الاعتدالي لم يتحقق الا في السنة الاخيرة ولهذا يفضل السعي لتطوير كفاءة الاداء التعليمي لتحقيق ذلك.

3. الانحراف المعياري عندما يكون ذي مقدار قليل فذلك يدلل عن تقارب درجات الطلبة وعدم التشتت ولهذا على الاقسام العلمية ان تسعى الى رفع كفاءة الاداء التعليمي لتقليل التباين بين درجات الطلبة.

4. هناك مؤشر واضح يدلل على التباين في درجات الطلبة حيث ان المدى كان واسعا بين درجة الطالب الاول والطالب الاخير يتجاوز (30) درجة وهذا مؤشر سلبي نقترح العمل على جعل التباين بين الطلبة الخريجين اقل ما يمكن .

5. اظهرت النتائج بعدم وجود فوارق معنوية بين الدراسة الحضورية و الدراسة عن بعد وهذا يعني ان الدراسة عن بعد قد حققت نتائج جيدة على خلاف الرأي السائد خلاف ذلك.

6. من خلال نتائج هذا البحث فأن السنة الثانية للدراسة عن بعد عبر منصات التعليم الالكتروني قد حققت نتائج افضل حيث ان المعدل العام كان اعلى والتشتت والانحراف المعياري كان اقل من السنوات السابقة وهذا له دلالة من خبرة التدريسيين قد تطورت في مجال التعليم الالكتروني وان الطلبة اصبحوا اكثر تقبلا وخبرة في متابعة التعليم الالكتروني . ولهذا فأن الباحثين يقترحون اعتماد التعليم الهجين للمزاوجة بين التعليم الحضوري و التعليم الالكتروني .

7. نقترح اجراء بحوث مماثلة للنتائج الامتحانية للاقسام الاخرى في الكلية للمزيد من المعلومات من جهة و الحصول على مؤشرات احصائية لمعرفة كفاءات الاداء في الاقسام العلمية من جهة اخرى.

المصادر

1. احمد، محمد عبد السلام، القياس النفسي والتربوي، مكتبة النهضة المصرية، مصر (بدون ذكر سنة)
2. Allen,MaryJ., Assessing General Education programs ,Anker publishing Company , INC.,2006.
3. Mendenhall,William., Beaver ,Robert J., Introduction to probability and statistics, PWS- kent publishing Company .1991.
4. Huntsberger, David. H., Billingsley ,Patrick ., Elements of Statistical Inference ,Allyn and Bacon, Inc . Boston ., 1977.
5. Popham, W.James. Education Evaluation, prentice- Hall, Inc. Englewood cliffs, New Jersey, 1975.

تأثير أهم العوامل الاقتصادية في معدلات التضخم في العراق للمدة (1980-2020) (دراسة قياسية)

د. زينه أكرم عبد اللطيف النداوي مديرية الارقام القياسية
الجهاز المركزي للإحصاء / جمهورية العراق

تاريخ استلام البحث: 2023/01/04

تاريخ قبول البحث: 2023/02/03

نشر البحث في العدد الثامن عشر: مارس / اذار 2023

رمز التصنيف ديوبي / النسخة الالكترونية (Online): 2522-64X/658.4013

رمز التصنيف ديوبي / النسخة الورقية (Print): 2519-948X/658.4013

تأثير أهم العوامل الاقتصادية في معدلات التضخم في العراق

للمدة (1980-2020) (دراسة قياسية)

د. زينه أكرم عبد اللطيف النداوي مديرية الارقام القياسية

ملخص الدراسة

يعد التضخم جوهر إهتمام الاقتصاديين فتحقيق الاستقرار في المستوى العام للأسعار هو الهدف الأول لكافة السياسات الاقتصادية، وتأتي أهمية الدراسة من كونها تناولت دراسة اهم العوامل الاقتصادية التي تؤثر على التضخم في العراق وانطلقت الدراسة من فرضية مفادها "ان التضخم في العراق يتأثر بشكل اساسي بعدد من العوامل من اهمها" كسرع الصرف الموازي، عدد السكان، سعر الفائدة، الانفاق العائلي والحكومي، الناتج المحلي الاجمالي، عرض النقد، الصادرات والاستيرادات والاجور.

وتنقسم الدراسة الى فصلين رئيسيين: تناول الفصل الاول المفاهيم العامة للتضخم نظرياته والتطور التاريخي لمعدلاته في العراق للمدة (1980-2020)، وقد قسم الفصل الى عدد من الفقرات منها المفاهيم العامة للتضخم ، ودراسة نظريات التضخم كنظرية التضخم الناشيء عن الطلب ونظرية التضخم الناشيء عن التكاليف نظرية التضخم الهيكلي، ثم التعرف على انواع التضخم كالاصليل والزاحف والمستورد والمكتوب والجامح ومن ثم كيفية قياس التضخم بالتركيز على الرقم القياسي لاسعار المستهلك فهو رقم نسبي يستخدم لقياس معدل التغير في اسعار السلع والخدمات الضرورية للمستهلك عبر الزمن وان معدل التضخم يحتسب من خلال معدل التغير في الرقم القياسي لاسعار المستهلك وندرس من هم المستفيدون والمتأثرون من التضخم وندرس في الفقرة الاخيرة من الفصل لمحة موجزة عن التطور التاريخي للتضخم في العراق لمدة الدراسة.

في حين قسم الفصل الثاني الى مبحثين الاول تحليل اهم العوامل الاقتصادية التي تسبب التضخم، فيما تناول المبحث الثاني المنهج القياسي من خلال توظيف منهجية الانحدار الذاتي للفجوات الزمنية المتباينة ARDL Autoregressive-DistributedLag (ARDL) كونها الطريقة الملائمة في التقدير حسب نتائج الاختبار، وبعد تقدير اثر العوامل الاقتصادية على التضخم بأستخدام نموذج ARDL كانت النتائج ان نقبل الفرضية البديلة التي تنص على وجود تكامل مشترك بين المتغيرات، اي توجد علاقة طويلة الاجل بين المتغيرات المفسرة والتضخم وان المتغيرات المستقلة سعر الصرف الموازي والاستيرادات والصادرات وسعر الفائدة ذات اثر كبير على معدل التضخم في الاجل القصير اما الناتج المحلي الاجمالي والاستيرادات والصادرات وسعر الفائدة والانفاق الحكومي هي ذات الاثر الافضل في الاجل الطويل. والنموذج المقدر قد اجتاز كل الاختبارات الاحصائية والقياسية.

المقدمة

يعود الاهتمام بدراسة التضخم الى عهود سابقه ثم تطورت دراسته على يدالاقتصادي "Johi bodin" الذي فسر الارتفاع في الاسعار الى تدفق المعادن النفيسة في فرنسا من امريكا مرورا بإسبانيا ، وفي القرن التاسع عشر شهدت انجلترا ارتفاع في الاسعار نتيجة توقفها عن العمل بنظام الذهب حيث رأى "henri thornton" (1815-1790) بأن الارتفاع في الاسعار كان نتيجة الافراط في اصدار النقود الورقية، ومن ثم الانكليزي "david recordau" (1872-1923) والذي يعد من ابرز مؤسسي المدرسة الكلاسيكية حيث قدم نظرية الكميه في صورتها الاوليه وقد وصل الى نفس النتائج وهو وجود علاقه طردية بين المستوى العام للأسعار وكميه النقود، وان النظرية الكلاسيكية مرت بعدد من المراحل وان أول من صاغ معادلة رياضية عنها هو (invig fisher) وتسمى بمعادلة التبادل والتي تحولت الى معادلة الارصدة النقدية على ايدي علماء مدرسة كمبرج حيث ادخل الكلاسيك الجدد وظيفة ثانية للنقود وهي مخزن

القيمة اضافة الى التبادل واصبح هناك طلب الافراد على الارصدة النقدية السائلة ويرى مارشال ان الطلب على النقود يعود الى الدخل وهذا مايدل على لجوء الاشخاص الى الاحتفاظ بجزء من دخلهم على شكل سائل لمواجهة نفقاتهم المستقبلية اعتمادا على مستوى الدخل، و مع ظهور الازمة المالية 1929 ومانتج عنها من كساد للسلع وزيادة نسبة البطالة وتوقف الانتاج اصبحت النظرية الكلاسيكية غير صالحة لها قدم كينز افكار جديدة فاعتبر الطلب الذي سماه الطلب الكلي الفعال هو المحدد الرئيسي للدخل والانتاج والعملة ومن ثم مستوى الاسعار فالتضخم من خلال الزيادة في الطلب الكلي على السلع والخدمات الاستهلاكية والاستثمارية على حجم العرض الكلي منها كما نجد ان الفائدة عند كينز تلعب دورا هاما الى جانب كمية النقود في التأثير على المستوى العام للاسعار، ومن ثم جاء تحليل نظرية كمية النقود الحديثة (النقديين) وان فريدمان رفض وجود علاقة بين ارتفاع الاسعار والاجور، ونفي العلاقة بين التضخم والبطالة فالتضخم ينشأ نتيجة الاختلال بين عرض النقود والطلب عليها وان عرض النقود متغير خارجي تحكم به السلطة النقدية، ومن ثم ظهور ازمة التضخم الركودي في نهاية السنتينيات تعتبر بمثابة انقلاب اقتصادي للافكار والنظريات السابقة مما ادى الى بروز نظريات جديدة تبنايت وجهات نظرها لكن مايميزها في مجملها اختلافها مع الفكر الكينزي منها اقتصاديات جانب العرض، والاهتمام بجانب العرض والعودة الى قانون ساوي وان كل عرض يخلق طلب والاختلاف بينهم يعود الى تدخل الدولة في النشاط الاقتصادي واعتبروا ان زيادة الضرائب التي تعتبر من التكاليف ستؤدي بالضرورة الى ارتفاع الاسعار وجاءت نظرية التوقعات الرشيقة في تأييد النقديين تنتقد التدخل الحكومي وتحبذ الحرية الاقتصادية للأفراد ومن اصحاب انظرية "جالبرت الذي يرى ان الاحتكارات والنقابات العمالية هما السبب في زيادة التضخم. فالتضخم هو ظاهرة اقتصادية مركبة ومعقدة وممتدة الابعاد تصيب الدول المتقدمة والنامية على حد سواء تؤدي الى زيادة المستوى العام لاسعار السلع والخدمات ومن ثم انخفاض القدرة الشرائية للعملة المحلية .

اولاً: اهمية الدراسة

تعد دراسة التضخم مهمة جداً لراسمي السياسات ومتخذي القرارات ، إذ أن الهدف الاول لكل السياسات الاقتصادية هو تحقيق استقرار المستوى العام لاسعار، وإن لم يتحقق ذلك الاستقرار تتجأ السلطات المالية والنقدية الى استخدام ادواتها المختلفة لتحقيق ذلك

ثانياً: مشكلة الدراسة

ان الاقتصاد العراقي عانى من انواع التضخم منذ بداية عقد السبعينيات والثمانينيات وعقد التسعينيات والالفية الثانية واسباب التضخم تعود بعدد كبير من العوامل الاقتصادية لابد من معرفتها ومعرفة ايا من هذه العوامل ذات التأثير الاكثر على وضع الاقتصاد العراقي

ثالثاً: اهداف الدراسة

1. التحليل الاقتصادي لهم العوامل الاقتصادية التي من شأنها ان تسبب التضخم.
2. قياس تأثير العوامل على التضخم في العراق (نموذج قياسي).

رابعاً: فرضية الدراسة

تنطلق الدراسة من فرضية مفادها "أن هناك عدد من العوامل من شأنها تحدث تغيرات في معدل التضخم" كسعر الصرف الموازي، عدد السكان، سعر الفائدة، الانفاق العائلي والحكومي، الناتج المحلي الاجمالي، عرض النقد، الصادرات والاستيرادات والاجور

خامساً: منهجية الدراسة

للأجابة على الأشكالية المطروحة والوصول إلى الاهداف المرجوة استخدمت الباحثة المنهج الوصفي في دراسة الجانب النظري. فضلاً عن استخدام الاساليب القياسية في تحليل وتقدير العوامل الاقتصادية المؤثرة في التضخم للمدة (1980-2020).

مستعينين بالبيانات من وزارة التخطيط ، الجهاز المركزي للإحصاء ، مديرية الحسابات القومية وقسم الأرقام القياسية وكذلك بيانات من البنك المركزي العراقي.

سادساً: حدود الدراسة

الحدود المكانية : جمهورية العراق، إما الحدود الزمانية: فشملت مدة الدراسة ذاتها (1980-2020).

سابعاً: تقسيمات الدراسة

تنقسم الدراسة إلى فصلين رئيسيين هما:

الفصل الأول: المفاهيم العامة للتضخم نظرياته والتطور التاريخي لمعدلاته في العراق للمدة (1980-2020) ويتألف بدوره من عدد من الفقرات :

اولاً: المفاهيم العامة للتضخم .

ثانياً: نظريات التضخم.

ثالثاً : أنواع التضخم .

رابعاً : قياس التضخم.

خامساً: المستفيدون والمضررون من التضخم.

سادساً : التطور التاريخي للتضخم في العراق.

الفصل الثاني: الجانب التطبيقي ويتضمن من المحاور:

اولاً: تحليل العوامل الاقتصادية التي تسبب التضخم

ثانياً : صياغة النموذج القياسي

الفصل الاول**المفاهيم العامة للتضخم نظرياته والتطور التاريخي لمعدلاته في العراق**

(1980-2020)

يعد التضخم أحد أهم الظواهر الاقتصادية شيوعاً وعلى الرغم من ذلك لم يكن هناك اتفاق على مفهومه والسبب يعود إلى انقسام الآراء كونه يصف عدد من الحالات المختلفة مثل الارتفاع في المستوى العام للأسعار، ارتفاع تكاليف الانتاج، الإفراط في خلق الارصدة النقدية، ارتفاع الدخول النقدية أو عنصر من عناصر الدخل النقدي كالاجور أو الارباح، ليس من الضروري ان تتحرك هذه الظواهر المختلفة في اتجاه واحد وفي وقت واحد، بمعنى ان من الممكن ان يحدث ارتفاع في الأسعار دون ان يصحبه ارتفاع في الدخل النقدي ، كما انه من الممكن ان يحدث ارتفاع في التكاليف دون ان يصحبه ارتفاع في الارباح، ومن المحتمل ان يحدث افراط في خلق النقود دون ان يصحبه ارتفاع في الأسعار او الدخول النقدي بعبارة اخرى فان المتغيرات او الظواهر المختلفة للتضخم هي ظواهر مستقلة عن بعضها البعض الى حد ما وهذا الاستقلال هو الذي يثير الارباك في تحديد مفهوم التضخم(1)

اولاً: المفاهيم العامة للتضخم

يعرف التضخم بأنه مقاييس كمي يعبر عن الارتفاع في مستوى الاسعار للسلع والخدمات في اقتصاد ما عبر الزمن ، وعندما يحدث تناقص القوة الشرائية لعملة بلد ما ولابعد بامكان المستهلك ان يشتري نفس الكمية والنوعية من السلع والخدمات التي كان بإمكانه شراءها سابقاً بنفس الثمن . وتتجذر الاشارة الى أن التضخم يشير الى تغيرات في المستوى العام للاسعار وليس الى تغير في سعر واحد قياساً باسعار اخرى.(2)

ثانياً: نظريات التضخم

1. نظرية التضخم الناشيء عن الطلب

وينشأ عندما تكون زيادة في الطلب النقدي تفوق العرض (ثابت) من السلع والخدمات بمعنى ان الزيادة في الطلب لن تقابل بزيادة في الانتاج عند وصول الاقتصاد الى مستوى التشغيل الكامل فالنتيجة ارتفاع في الاسعار ولن تتوقف عند حد معين، لانه في ذات الوقت سوف تستفاد بعض الفئات وتضرر الاخري على الرغم من محاولاتها ان تحافظ على مستوى معيشتها وذلك من خلال الاستعانة بمدخراتهم أو مكتنزاتهم السابقة او الاقتراض كل هذا سيؤدي الى زيادة جديدة في الاسعار اضافة الى المطالبة بارتفاع الاجور مما يؤدي الى زيادة التكاليف ثم الاسعار مرة أخرى.(3)

2. نظرية التضخم الناشيء عن التكاليف

هو التضخم الذي يتصل بجانب العرض أشار برونفينبر وهولzman (Bronfenbrenner and Holzman,1963) إلى أن ارتفاع تكلفة الانتاج كانت بمثابة تفسير الانسان العادي للتضخم منذ بداية النظام النقدي حيث يلقى اللوم على المرابحين والمضارعين والمخزنين أو العمال وال فلاحين الذين يعيشون بمستويات تفوق مقدراتهم ، وان هناك سببين اساسيين للتضخم من جانب العرض كليهما يمثلان نوعا من ممارسة القوة في الاسواق من قبل بعض المجموعات . يتمثل السبب الاول بالاجور العالية التي تؤمنها اتحادات العمال لمنتسبيها ويطلق عليه بتضخم الاجور والسبب الثاني يتعلق بالاسعار العالية التي يؤمنها رجال الاعمال لانفسهم في الصناعات الاحتكارية وما يشابهها ويطلق عليه تضخم الارباح وكليهما يحدث في ظروف الاسواق التي تتسم بالتنافس غير الحر.

ينعكس تضخم الاجور في حصول اتحادات العمال على زيادة في الاجور الاسمية بمعدلات تفوق التضخم مما يؤدي الى زيادة في الاجور الحقيقة بمعدلات تفوق معدلات الزيادة في الانتاجية وعدة ما يستجيب المحتكرون لاسواق السلع والخدمات للزيادة في الاجور بزيادة في الاسعار تفوق تكلفة الزيادة في الاجور مما يؤدي الى تتابع في زيادة الاجور والاسعار، ان المدى الذي بموجبه يمكن لاصحاب العمل تحقيق اهدافهم يعتمد الى حد كبير على القوة التي يتمتعون بها في السوق وبالدرجة الاولى على مرونة الطلب على السلع التي تعتمد بدورها على طبيعة السلعة المعينة كما ان قوة السوق تتغير بمرور الوقت اعتماد على عوامل عديدة من بينها تغيرات هيكلية في الاقتصاد والتي من ابرزها التغيرات في نمط الاستهلاك وتفضيلات المستهلكين (4).

3. نظرية التضخم الهيكلي

ينشأ عن الاختلالات الهيكلية الموجودة في هيكل الاقتصاد (هيكل الناتج المحلي الاجمالي) ، والتي من اهمها الاختلال الناتج عن سيطرة قطاع النفط وقطاع الحكومة العامة على هيكل الاقتصاد العراقي حيث استحوذت هذه القطاعات على الحصة الامثل من الناتج المحلي الاجمالي وانحسار باقي القطاعات كقطاع الزراعة والصناعة التحويلية والسياحة...الخ وبالتالي تلك القطاعات تخلق

دخول دون ان يقابلها انتاج سلعي مما تسبب فجوة تضخمية بين حجم النقود المتداولة وحجم المعروض من السلع والخدمات يتمخض عنه ارتفاعات متتالية في المستوى العام للاسعار(5)

ثالثاً : أنواع التضخم

هناك أنواع عديدة من التضخم الاقتصادي (6) منها :

- 1 التضخم الاصيل : هو التضخم الذي ينشأ حين لا تواجه الزيادة في الطلب الكلي زيادة في مستويات الانتاج ، وبالتالي سيكون هناك إرتفاع في مستوى الاسعار.
- 2 التضخم الزاحف : هذا النوع من التضخم يتميز بارتفاع بطيء في الاسعار على مر الزمن، أي عندما يزداد الطلب الكلي يكون العرض المحلي ثابت تقريباً بدون تغيير.
- 3 التضخم المكتوب : وهو التضخم الذي يظهر نتيجة زيادة التدفق النقدي بسبب زيادة النفقات العامة مثلاً والتي تؤدي الى ارتفاع الاسعار ، وبالتالي تلأجاً الحكومة الى سياسات معينة تكبح جماح هذا التضخم من خلال تحديد الاسعار.
- 4 التضخم المفترط : هو الارتفاع المفرط في مستويات الاسعار يرافقه سرعة تداول النقود، ويعودي هذا النوع الى إنهيار العملة الوطنية للبلد، كما حصل في هناريا بعد الحرب العالمية الثانية والعراق في ظل العقوبات الاقتصادية الدولية في تسعينيات القرن الماضي .
- 5 التضخم المستورد : يظهر في الدول النامية والتي تستورد اغلب السلع والخدمات من الخارج، فهو ناتج عن الارتفاع في الاسعار في الدول المصنعة ويحسب كالتالي:

$$\text{التضخم المستورد} = \frac{\text{قيمة الواردات}}{\text{الناتج المحلي الاجمالي}} * \text{التضخم العالمي}(7)$$

والاقتصاديون يفسرون حدوث هذا النوع من خلال الآتي: ارتفاع التكاليف إذ ان ارتفاع المواد الاولية او المواد الاستهلاكية المستوردة ينبع عنه ارتفاع في تكاليف انتاجها وبالتالي ارتفاع اسعار المنتجات؛ زيادة السيولة زيادة السيولة في اقتصاد اي بلد تؤدي الى زيادة الاسعار؛ الدخل المحلي وهو ارتفاع الطلب الاجنبي سببها الى زيادة الصادرات ومن ثم ارتفاع في الدخل القومي والطلب الاجمالي الداخلي وعند التشغيل الكامل فأن الارتفاع في الطلب سيسبب التضخم استناداً الى قيمة مضاعف التجارة الخارجية(8)

رابعاً : قياس التضخم

يقيس التضخم بعدة طرق من اهمها الرقم القياسي لاسعار المستهلك، والذي اعتمدت بياناته في البحث إذ يقوم قسم الارقام القياسية بتنفيذ مسح شهري لاحتساب الرقم القياسي لاسعار المستهلك يوفر بيانات عن الاسعار والارقام القياسية للمستهلك حسب المحافظات والاقاليم ولعموم العراق ، كما وبين المسح معدل التضخم في اسعار السلع سواء كانت محلية او مستوردة فضلاً عن توفير قاعدة بيانات لصانعي القرار والمخططين والباحثين بشأن الاقتصاد العراقي.

ان طريقة احتساب الرقم القياسي لاسعار المستهلك تعتمد على الاوزان (الاهميات النسبية) التي تتفاوت فيما بين السلع والخدمات المختلفة من قبل المستهلك لذا يتوجب حساب الاهميات النسبية لكل سلعة وخدمة بالاعتماد على متوسط افاق الفرد الشهري الماخوذ من المسح الاجتماعي والاقتصادي للأسرة في العراق لسنة 2012 في الحضر، ويتحسب الوزن لكل سلعة وخدمة بموجب الصيغة الآتية :

$$\text{الوزن (W)} = \text{متوسط الانفاق لكل سلعة} / \text{مجموع الانفاق الكلي لكافة السلع.....} 1$$

اما عن احتساب الارقام القياسية فيتم على فقرتين: الاولى حساب الارقام القياسية على مستوى المحافظة حيث ان المسح الاجتماعي والاقتصادي للاسرة لسنة 2012 وفر وزن لكل سلعة، أما أصناف السلعة فلا يتتوفر لها أوزان وعليه تكون عملية احتساب الأرقام القياسية في المحافظة على مرحلتين:

المراحلة الاولى: احتساب الارقام القياسية لأسعار المستهلك بداية من اسعار اصناف المقارنة المرجحة بوزن السكان وكالاتي :

$$\text{Jevons Formula} = \left(\frac{\pi}{\pi} \frac{P_1}{P_0} \right)^{\frac{1}{n}} \dots \quad (2)$$

اذ ان سعر المحافظة P_1 وهو الوسط الحسابي لاسعار الاصناف في المحلات في مركز المحافظة ومركز القضاء P_0 يمثل سعر الصنف في سنة الاساس.

المرحلة الثانية احتساب الأرقام القياسية لأسعار المستهلك في التجمعيات العليا بعد الحصول على مناسبات الأسعار P_1/P_0 لكل سلعة (صيغة Jevons) تستخدمنا صيغة لاسبير في احتساب الأرقام القياسية لأسعار المستهلك $Lispers$ والتي تعتمد أوزان سنة الأساس 2012 حيث تتحسب الأرقام القياسية للمجاميع الفرعية والرئيسية والأقسام وكما في الصيغة الآتية :

$$Ip = \frac{\sum P_1 / P_0 * W}{\sum W} * 100 \dots \dots (3)$$

اذا ان P_0 يمثل منسوب السعر للسلعة و w وزن السلعة من المسح الاجتماعي والاقتصادي للاسرة حيث تحسب الارقام القياسية للمجموعة الفرعية والرئيسية والاقسام صعودا الى الرقم القياسي العام.

يحسب الرقم القياسي للعراق بعد الحصول على منسوب السعر للسلعة بصيغة Devons في كل من المحافظات الـ 18 حيث يستخرج بعدها متوسط لمناسيب اسعار كل سلعة مرجحاً بالأهمية النسبية للاتفاق الشهري الكلي على كافة السلع والخدمات في المحافظة وكما في الصيغة الآتية :

$$P_1 / P_0(\text{weighted}) = \frac{\sum P_1 / P_0(\text{Gov.}) * \bar{W}}{\sum \bar{W}} \dots\dots(4)$$

حیث اُن :

: يمثل منسوب السعر المرجح من كافة المحافظات للسلعة P_1 / P_0 (weighted)

$P_1/P_0(Gov)$: يمثل منسوب السعر المحاسب للسلعة في المحافظة

W: وزن السلعة في المحافظة (يمثل السعر المرجح بعدد السكان في مركز المحافظة والقضاء).

بعد الحصول على متوسط السعر المرجح من المعادلة (4) تستخدم صيغة لاسبير المعادلة (3) لاحتساب الارقام القياسية لاسعار المستهلك في العراق بنفس الشكل في المحافظات. بنفس الطريقة تحتسب الارقام القياسية للمناطق الثلاثة (كردستان، الوسط، الجنوب) بالاعتماد على صيغة (4) في الحصول على متوسط السعر المرجح لكل سلعة في المنطقة (بالاعتماد على مناسبات الاسعار للمحافظات التي يتكون منها المنطقة) ومن ثم استعمال صيغة لاسبير في احتساب الارقام القياسية للأقسام والمجموعات الاخرى لكل منطقة (9).

خامساً: المستفيدون والمتضرون من التضخم (10)

➢ المستفيدون من التضخم : ان المستفيدون من ارتفاع الاسعار هم الفئات التالية:

1. أصحاب الدخول المترتبة :

ان الاشخاص التي تتغير دخولهم مع تغير الاسعار فعندما ترتفع اسعار منتجاتهم او خدماتهم مع ثبات اجور العمال لديهم واسعار مدخلات الانتاج سوف ترداد ارباحهم. كالتجار، المزارع، صاحب المعمل، صاحب الحرفة...الخ.

2. المقترضون بأسعار فائدة ثابتة :

الاشخاص المقترضون سواء كان الاقتراض لاغراض استهلاكية او لاغراض استثمارية .

3. أصحاب الثروات المادية بمختلف اشكالها :

اي ملاك الاراضي والعقارات وملاك السلع الثمينة من الذهب والبلاتين والماس والمكتنزين للتحف الفنية والاثرية .

4. أصحاب المدخرات بالعملة الأجنبية :

هؤلاء الاشخاص يستفادون عند ارتفاع الاسعار المحلية حيث تقل قيمة العملة الوطنية تتخفض القوة الشرائية للعملة الوطنية وترتفع العملة الاجنبية .

➢ المتضرون من التضخم: ان المتضرون من ارتفاع الاسعار هم الفئات التالية:**1. أصحاب الدخول النقدية الثابتة :**

اي الاشخاص التي لا ترتبط دخولهم بتغير الاسعار كالموظفين والمتقاعدين.

2. أصحاب المدخرات النقدية بأسعار فائدة او دون فائدة :

3. المتعاقدون تجاريًا بأن يسلم بضاعة في الامد القصير او الطويل بسعر محدد مسبقاً

4. المقرضون لمبالغ نقدية بسعر فائدة ثابتة:

بموجب سندات او كمبالة او اي شكل من القروض التي لا ترتبط بتغير سعر.

سادساً: التطور التاريخي للتضخم في العراق:

ويعد التضخم في العراق مقبولاً ويسطيراً عليه في عقد الثمانينات، اما في عقد التسعينات فقد شهدت معدلات التضخم ارتفاعاً كبيراً وبلغت اقصاها بسبب الظروف التي مر بها البلد من حروب وعقوبات اقتصادية، وكان هناك عجز في كمية النقود المتداولة مما دفع الدولة لطبع العملة دون غطاء ، مما أدى الى تزايد عرض النقد والأسعار وفقدان العملة الوطنية لوظائفها واللنجوء الى العملات الأخرى لتؤدي وظيفة مخزن القيمة، وادى الى اندفاع افراد المجتمع الى شراء السلع الاستهلاكية وخزنها تحسباً لاستمرار ارتفاع اسعارها مستقبلاً.

في بداية الألفية الثالثة شهدت معدلات التضخم زيادة اخرى ، فقد بلغ معدل التضخم نحو (5.4%) في عام 2000 ، وازداد الى (19.4%) في عام 2002 ، ولكن الزيادة الكبيرة حصلت بعد التغيير السياسي الذي حصل في العراق 9 نيسان 2003. إذ ازدادت معدلات التضخم بنحو (33.5%) ، (26.8%) في عامي 2003 و 2004 على التوالي.

وكان مصدر ارتفاع الأسعار هو الشحة في الطاقة والمشكلات الامنية وما نجم عنهم من ارتفاع في اسعار النقل وتکاليف الانتاج ، وصاحب ذلك تحسن في الاجور والرواتب ولم يصاحبها زيادة في انتاج السلع والخدمات المنتجة، وشهد العامين زيادة في استيراد السلع المختلفة لتغطية متطلبات السوق، وفي نهاية عام 2005 تم أول تصحيح لأسعار المشتقات النفطية، وفي عام 2006 اجريت اصلاحات اخرى لأسعار المشتقات النفطية، فضلاً عن الوضع الامني السيء فكان هذا الامر سبباً في الارتفاع المستمر للأسعار، وواصل التضخم بالارتفاع للاشهر من كانون الثاني الى شهر تموز من عام 2007، بعدها بدأت الأسعار

تنخفض، وانخفض معدل التضخم لعام 2008، بسبب توفير المشتقات النفطية والبطاقة الوقودية في العراق وكذلك يعود التراجع في معدلات التضخم بعد 2007 ، الى السعي الحثيث من قبل البنك المركزي في استهداف التضخم في العراق من خلال اتباع سياسة نقدية تتلائم مع رفع قيمة الدينار العراقي أمام العملات الأخرى ومن تلك الاجراءات رفع أسعار الفائدة ورفع نسبة الاحتياطي القانوني(11).

ومن ثم استمرت معدلات التضخم مستقرة نسبياً من بعد عام 2008 الى ان تم طرح مشروع قانون الموازنة العامة الاتحادية لجمهورية العراق للسنة المالية 2021 الصادرة من الامانة العامة لمجلس الوزراء، قرار 233 بتاريخ 21/12/2020 باعتماد اساس سعر صرف (1450) دينار لكل دولار، مما ادى الى ارتفاع اسعار صرف الدولار في شهر كانون الاول من عام 2020 الى (1342) بعد ان كان (1249) في شهر تشرين الثاني مما سبب ارتفاع في معدل التضخم الشهري كانون الاول عن تشرين الثاني قدره(3.3) ومن ثم ارتفاع سنوي قدره(0.6) عن عام 2019 . وفيما يلي جدول(1) يبين معدلات التضخم في العراق لمدة الدراسة.

جدول (1) معدلات التضخم للمدة (1980-2020)

معدل % التضخم	الرقم القياسي للأسعار المستهلك بأساس 2007	السنوات	معدل % التضخم	الرقم القياسي للأسعار المستهلك بأساس 2007	السنوات
5.4	15.5	2000		0.006	1979
16.1	18.0	2001	16.67	0.007	1980
19.4	21.5	2002	0.0	0.007	1981
33.5	28.7	2003	28.6	0.009	1982
26.8	36.4	2004	11.1	0.01	1983
37.1	49.9	2005	10.0	0.011	1984
53.1	76.4	2006	0.0	0.011	1985
30.9	100	2007	9.1	0.012	1986
12.7	112.7	2008	8.3	0.013	1987
8.3	122.1	2009	23.1	0.016	1988
2.5	125.1	2010	6.3	0.017	1989
5.6	132.1	2011	52.9	0.026	1990
6.1	140.1	2012	180.8	0.073	1991
1.9	142.7	2013	83.6	0.134	1992
2.2	145.9	2014	208.2	0.413	1993
1.4	148.0	2015	456.9	2.3	1994
0.1	148.1	2016	378.3	11.0	1995
0.2	148.4	2017	-15.5	9.3	1996
0.4	149.0	2018	22.6	11.4	1997
-0.2	148.7	2019	14.9	13.1	1998
0.6	149.6	2020	12.2	14.7	1999

المصدر: من اعداد الباحثة بالاعتماد على بيانات الجهاز المركزي للإحصاء، قسم الارقام القياسية، (تقرير الرقم القياسي للأسعار المستهلك في العراق)، سنوات متفرقة.

الفصل الثاني الجانب التطبيقي

اولاً: تحليل العوامل الاقتصادية التي تسبب التضخم

1. عرض النقود : عبارة عن القدرة الشرائية ويشار له بتوفر النقود إذ أن النظرية الاقتصادية تشير إلى وجود علاقة طردية بين عرض النقود ومستوى الأسعار فزيادة عرض النقود تسبب انخفاض في سعر الفائدة وزيادة في الاستثمارات بحيث تزيد الأموال لدى الأفراد المستهلكين وتزيد الأموال لدى المستثمرين وبالتالي أصحاب المنشآت التجارية ترفع من سقف الانتاج وتزيد من شراء المستلزمات السلعية وزيادة الطلب على المنتجات والايدي العاملة مع محدودية العرض مما يؤدي إلى زيادة في المستوى العام للأسعار والعكس صحيح(12).
2. هيكل الناتج المحلي الإجمالي: يبين هيكل الناتج المحلي دور القطاعات الاقتصادية في توليد الناتج المحلي نلاحظ ان أكبر مساهمة لهذه القطاعات تحدث في القطاع النفطي وبما ان هذا القطاع لايساهم في انتاج السلع والخدمات للسوق المحلية بل ان ايراداته تستخد لاغراض الانفاق الاستهلاكي الحكومي او الانفاق الاستثماري الحكومي اي انه يزيد الطلب دون ان يساهم في زيادة العرض وهنا يمكن الاختلال بين العرض والطلب والذي يؤدي بالنتيجة الى ايجاد الضغوط التضخمية على الاقتصاد العراقي(13).
3. سعر الصرف : هو نسبة مبادلة هذه العملة بالعملات الأخرى بمعنى ان سعر الصرف الاجنبي هو ثمن الوحدة الواحدة من العملة الأجنبية مقوماً بعدد من الوحدات العملة المحلية(14). ان سعر الصرف يرتبط بعلاقة طردية مع التضخم إذ ان هناك علاقة قوية بين سعر الصرف وكمية النقود لأن سعر الصرف يقيس علاقة بين العملة المحلية للبلد والعملات الأجنبية وإن الزيادة في عرض النقود تعني تخفيض قيمة العملة المحلية إزاء العملات الأجنبية فإن عدد الوحدات من العملة المحلية المدفوعة للحصول على عملة واحدة من العملة الأجنبية سيصبح أكبر اي ان سعر الصرف سيصبح أكثر فيسبب التضخم(15).
4. كما يرى بعض الاقتصاديين ان المرونة في اسعار الصرف وسيلة جديدة لمعالجة الاختلالات في موازنات المدفوعات وذلك عندما تحقق الدولة فائضاً هاماً في معاملاتها الخارجية فان هذا يعني زيادة في الطلب على عملياتها الوطنية او زيادة في عرض العملات الأجنبية ، مقابل هذه العملة التي لا تثبت ان ترتفع قيمتها مقابل العملات الأجنبية ، وهذا الارتفاع ينتج عنه ارتفاع في اسعار سلعها بالعملات الأخرى مما يضعف قدرتها على المنافسة في الاسواق الدولية، ويؤدي الى انخفاض الطلب على سلع هذه الدولة ثم تناقص الفائض في ميزان المدفوعات تدريجياً هذا من ناحية ومن ناحية أخرى عندما تتحقق الدولة عجز في معاملاتها الخارجية سوف يزداد عرض العملة الوطنية لهذه الدولة مقابل العملات الأجنبية فينخفض الطلب على هذه العملة وتتصبح اسعار سلع الدولة منخفضة مقارنة بالعملات الأخرى مما ينبع عن زيادة الصادرات وانخفاض الواردات ثم تلاشي العجز تدريجياً. ولهذا السبب السلطات النقدية تستهدف سعر الصرف وتؤثر عليه بتخفيضه او رفعه من أجل الوصول الى الاستقرار الاقتصادي (التحسن في ميزان المدفوعات)(15).
5. الانفاق الخاص : الانفاق الخاص بشقيه الاستهلاكي والاستثماري ايضاً من المتغيرات الرئيسة لزيادة الطلب الكلي ويعزى سبب ارتفاع الانفاق الاستهلاكي الخاص الى زيادة الدخل العائلي وترجع تلك الزيادة إما الى تعويضات المشتغلين أو إلى ارتفاع فائض عمليات القطاع الخاص الذي يقود الى زيادة مستوى النشاط الاقتصادي نتيجة لزيادة الانفاق الاستثماري الحكومي الذي يتحول بطريقه غير مباشرة الى دخول للقطاع الخاص ينفق جزءاً منه على السلع الاستهلاكية والخدمات وجزءاً منه يخصص للانفاق الاستثماري الذي يتمثل في شراء السلع الرأسمالية في شكل مباني ومكاتب والآلات وسلح رأسمالية أخرى.
- الانفاق الحكومي: يعد الانفاق الحكومي بشقيه الاستهلاكي والاستثماري أحد عناصر الطلب النهائي كون الزيادة في الانفاق الاستهلاكي الحكومي يزيد من الطلب على السلع والخدمات والانفاق

الاستثماري الحكومي يزيد من الطلب على السلع الرأسمالية بمعنى يولد طلب يضاف ايضا الى الطلب الكلي على السلع والخدمات مما يؤثر تأثيراً مباشراً على المستوى العام للأسعار بأتجاه الارتفاع نظراً لضعف مرونة الجهاز الإنتاجي وعدم استجابته لهذا الطلب المتزايد.(16)

وقد بينت الدراسات السابقة أن هناك علاقة طردية بين الإنفاق الحكومي ومعدل التضخم، اثر الإنفاق الحكومي على معدل التضخم في بعض الاقتصادات النامية (الهند، فيتنام، اندونيسيا) حيث أظهرت النتائج أن الإنفاق الحكومي له أثر إيجابي على معدل التضخم على المدى الطويل في البلدان الثلاثة وهذه العلاقة التكاملية إما علاقة مباشرة بين المتغيرين أو علاقة غير مباشرة من خلال متغير ثالث، أما على المدى القصير فإن هناك علاقة تكميلية بين المتغيرين، ففي الهند فإن الإنفاق الحكومي له تأثير إيجابي في المدى القصير على التضخم، وهو ما يتفق مع النظرية الكينزية، أما في اندونيسيا فإن تأثير الإنفاق الحكومي على التضخم تأثيراً سلبياً، وهو ما يشير إلى مزاحمة الإنفاق الحكومي للاستثمار الخاص، أما بالنسبة لفيتنام فإن إتجاه التأثير قصير المدى يمتد من التضخم إلى الإنفاق الحكومي(17).

6. عدد السكان : ان عدد السكان يؤثر في التضخم كون الزيادة في عدد السكان تؤدي إلى زيادة في الطلب على السلع والخدمات واذا كانت الزيادة في السكان أكبر من الزيادة في الكمية المعروضة يحصل زيادة في المستوى العام للأسعار.

7. حجم الاستيرادات: تعد التجارة الخارجية من العوامل المهمة التي تؤدي إلى تخلخل العرض وارتفاع الأسعار وتلعب الاستيرادات دور رئيسي في تحديد العرض الحقيقي في مواجهة أنماط الطلب وعن طريقها يمكن توفير قدر كبير من السلع الاستهلاكية ،الإنتاجية والوسطية التي يحتاجها الاقتصاد العراقي وعلى هذا الاساس هناك علاقة وثيقة بين تكاليف الاستيرادات والمستوى العام للأسعار في الداخل.

8. حجم الصادرات: للتتصدير الاكبر في تصريف الفائض من الناتج المحلي وبما أن الاقتصاد العراقي كغيره من اقتصاديات الدول النامية إذ تمثل التجارة الخارجية نسبة كبيرة من الدخل القومي إذ يعتمد المستوى العام للنشاط الاقتصادي بدرجة كبيرة على الصادرات من النفط الخام وان انخفاض الصادرات والزيادة في الاستيرادات تؤدي الى عجز في الميزان التجاري ومن ثم ارتفاع المستوى العام للأسعار.

9. الاجور: تعد الاجور المصدر الاساس للقوة الشرائية لجميع العاملين في الاقتصاد القومي كونها تمثل الدخل الرئيسي الذي يعتمدون عليه في اتفاقهم وان دراسة الاجور تعكس لنا الانخفاض والزيادة التي تطرأ على القوة الشرائية لها نظراً لارتباطها المباشر بالمستوى العام للأسعار هذا من ناحية أما من ناحية أخرى فإن زيادة الاجور تؤدي الى ارتفاع التكاليف إذ ان زيادة الاجور دون أن تقابلها زيادة في الانتاجية ستؤدي الى الارتفاع في المستوى العام للأسعار.(18)

10. سعر الفائدة: وهو العائد على عنصر رأس المال وهو من عناصر الانتاج الاربع ،حتى مطلع السبعينات ويسبب المفهوم الكينزي كان سعر الفائدة دوراً ذاتا اهمية كبيرة في تحقيق النمو فحسب المفهوم ان السياسة النقدية التوسعية توجب التخفيض في معدل الفائدة ومن ثم انخفاض تكلفة رأس المال ويعمل على رفع نفقات الاستثمار وزيادة الطلب الكلي والانتاج والعكس صحيح في حال اتباع سياسة نقدية انكمashية .

في فترة السبعينات كان هناك تضخم نقيدي متزايد وسياسية مالية توسيعية هذه السياسة القائمة على سعر الفائدة غير مرغوب فيها من جانب النقادين Friedman والذين يعتبرون ان الاسعار الحقيقة للفائدة تحدد بدون سياسة نقدية، وان كل محاولة للتأثير على الاسعار او معدلات الفائدة الاسمية من شأنه ان يزيد من التضخم. وعلى هذا الاساس لم يعد سعر الفائدة كهدف وسيط اساسي للسياسة النقدية في تلك الحقبة، فحافظت سعر الفائدة باهمية كبيرة عند تنفيذ السياسة النقدية بان تستعمل **كوسيلة وكهدف وسيط** من خلال التأثير على مستوى النشاط الاقتصادي من حيث الاستثمارات الحصول على قروض والاصول المالية اضافة الى انها تستعمل كوسيلة على

اساس ان من خلال مراقبة سعر الفائدة يسهل التأثير على حجم الكتلة النقدية ومعدل سعر الصرف.(19)
وببناء على ماسبق فان العوامل التي تؤثر في التضخم تعتمد على عدد السكان، سعر الصرف الموازي، عرض النقود، الناتج المحلي الاجمالي، الانفاق الاستهلاكي العائلي، الانفاق الحكومي، الاستيرادات من السلع والخدمات، الصادرات من السلع والخدمات، اسعار الفائدة، الاجور. وتعد متغيرات مستقلة.
علمًأ أن \bar{L} يمثل معدل التضخم .

**ثانياً : صياغة النموذج القياسي
- وصف البيانات :**

تم جمع البيانات من وزارة التخطيط الجهاز المركزي للإحصاء، سلسلة زمنية للمدة (1980-2020) أي (41) مشاهدة وللمتغيرات جميعها، وكما مبين في جدول (2)، وتم استخدام البرنامج الاحصائي الجاهز (Eviews10 & Eviews9) في الحصول على النتائج.

جدول (2) معدل التضخم والعامات الاقتصادية للمدة (1980-2020)

السنة	الناتج المحلي الإجمالي بالأسعار الجارية (1)	الأدلة الأسلوبية المعلقية (2)	الصادرات (3)	الواردات (4)	الإدارات الأسلوبية الحكومي (5)	سعر الفائدة الموانئي (6)	عمر القد (مليون دينار)	النفخ (y) (%)	عدد السكان (آلاف)	توضيحات المشتملتين بسعر الجارى (10)	
Year	GDP	CONSUMPTIONP	EX	IMP	CONSUMPTIONGO V	Parallel exchange rate	Interest rate	M	inf	population	wages
1980	15770.7	3601.9	10012.4	4977.6	2451.2	0.306	4.1	2650.2	16.67	13.24	2849.2
1981	11346.9	4156.2	3587.8	7068.3	3446.2	0.475	4.1	3445.5	0	13.67	3714.7
1982	12714.7	6035.6	3350.5	8447.4	4468.2	0.48	4.1	4980.7	28.6	14.11	4411.9
1983	12621.0	6848.4	3107.4	4156.3	5475.3	0.501	5.9	5527.4	11.1	14.59	4458.7
1984	14550.9	7815.2	3734.3	4316.4	4989.1	0.501	5.9	5499.9	10	15.08	4765.4
1985	15011.8	8098.7	3774.7	4476.0	4431.8	1.176	5.9	5777	0	15.59	4889.9
1986	14652.0	8397.7	2417.8	3873.6	5252.8	1.174	5.9	6736.6	9.1	16.11	5151.2
1987	17600.0	9204.4	4087.1	4598.4	5673.8	1.174	5.9	8293	8.3	16.34	5697
1988	19422.2	10101.4	3825.7	4432.9	6260	2	5.9	9848	23.1	16.88	6300.9
1989	20407.9	15984.8	4482.6	4667.3	5990.1	3	7.4	11868.2	6.3	17.43	6705.2
1990	55926.5	25295	4305.4	4154.2	6142	4	8.7	15359.3	52.9	17.89	7855.4
1991	42451.6	40026.3	547.8	1061.6	7033.3	10	8.7	24670	180.8	18.42	9925.9
1992	115108.4	63339.2	670.4	1541.0	8691.4	21	8.8	43909	83.6	18.95	20537.2
1993	321646.9	100234	243.0	1509.0	15771.8	74	10.0	86430	208.2	19.48	42792.1
1994	165825.8	563758	589.8	1061.6	42734.6	458	10.0	238901	456.9	20.01	209203.9
1995	6695482.9	2784330	360.0	1046.0	156117.7	1674	10.8	705064	378.3	20.54	787149.4
1996	650024.6	2394361	595.6	1152.4	158755.3	1170	10.6	960503	-15.5	21.12	787112.2
1997	15093144.0	4637831.3	9636521.0	6390612.4	1286556.2	1469	10.6	1038097	22.6	22.05	1011973.2
1998	17125847.5	5451845.4	13340862.0	9306900.0	3020603.9	1618	10.7	1351876	14.9	022.7	1395298.1
1999	34464012.6	6297974.6	26756096.0	20912665.6	3880197.9	1974	10.8	1483836	12.2	23.38	1913020.9
2000	50213699.9	6799171.8	38013666.0	24922476.0	59446556.8	1929	11.0	1728006	5.4	24.09	2187785.8
2001	41314568.5	8123672.1	26967420.0	25411295.7	6488987.4	1958	11.0	2159089	16.1	24.81	2725834.5

2002	41022927.4	9956626.5	28949901.0	2017996.9	7919967.6	1960	11.2	3013601	19.4	25.56	3394201.7
2003	29585788.6	13616500.9	22897246.2	22734254.4	3631594.9	2233	6.0	5773601	33.5	26.34	3654066.2
2004	53235358.7	19538773	29956020.0	34050569.0	13608947.3	1454	6.0	10148626	26.8	27.14	8371095.7
2005	73533598.6	27593239.7	39963945.0	45145710.0	14683390.3	1473	7.0	11399125	37.1	27.96	10790737
2006	95587954.8	35526339.7	48780390.6	36914707.8	14984454.1	1477	10.42	15460060	53.1	29.19	16573732.5
2007	11145813.4	42963013.3	51158039.1	31422753.0	20871484	1266	20.0	21721167	30.9	29.68	21371688.5
2008	15702061.6	49091355.7	79028558.7	48249768.6	26139166	1206	16.75	28189934	12.7	30.58	34400786.1
2009	13064200.4	68256193.2	51473565.0	51326145.0	27517759.7	1183	8.83	37300030	8.3	31.66	35228095.6
2010	162064565.5	72026324	63880713.0	55232658.0	30660743.7	1187	6.25	51743489	2.5	32.49	41560876.1
2011	217327107.4	76260346.7	96531318.0	60316542.0	42754848.3	1199	6.0	62473929	5.6	33.34	45919072.1
2012	254225490.7	101295565.5	113151788.2	7398051.4	42158534.3	1234	6.0	67622173	6.1	34.21	59476065.3
2013	273587529.2	105696745.4	108514489.6	75910914.2	47755742.7	1233	6.0	78318122	1.9	035.1	70278512
2014	266333655.1	112036794.4	103714534.0	80008354.8	47946900.1	1218	6.0	77593288	2.2	34.82	72509287.6
2015	194680971.8	108395524.9	67192475.7	68289455.7	36339342.1	1251	6.0	69612150	1.4	35.21	65260098
2016	19692141.7	111917984.4	55352469.0	52145112.0	36212829.9	1281	4.0	75523952	0.1	36.17	65455536.2
2017	221666709.5	114053380.6	75180282.6	573333501.0	36143151.8	1256	4.0	76386584	0.2	37.14	66617067.4
2018	268918874.0	11708210.7	109726005.5	67227432.0	42702945.3	1211	4.0	77828948	0.4	38.12	70604373
2019	277884869.4	118657381.2	105083227.8	85437915.0	53340959.3	1202	4.0	86771000	-0.2	39.13	76447135.5
2020	198774325.4	122996115.2*	59825038.8*	*73221708.6	48543054.1*	1240	4.0	103256234	0.6	40.15	80498833.7

المصدر: *ـ الجهاز المركزي للإحصاء ، مديرية الحسابات القومية ، تقديرات الرسمية لمؤشر الدعم الشهري اعتدال مختلفة .
ـ الجهاز المركزي للإحصاء ، مديرية الحسابات القومية ، تقديرات الرسمية لمؤشر الدعم الشهري اعتدال مختلفة .

يتم عادة استخدام عدد من الطرق لبيان استقرارية السلسلات الزمنية للمتغيرات قيد الدراسة وهي:

1. طريقة الرسم البياني.
2. اختبار دالة الارتباط الذاتي ودالة الارتباط الجزئي
3. اختبار جذر الوحدة من خلال اختبار ديكى - فولر الموسع (ADF)، لمعرفة هل أن المتغيرات مستقرة أو غير مستقرة، مع تحديد رتبة التكامل.

تم اعتماد النتائج الاحصائية لاختبار فيليب - بيرون لانه الافضل والادق(20). وأشارت النتائج إلى ان السلسلات الزمنية للمتغيرات الاربعة: (عرض النقود، عدد السكان، الاجور، الانفاق الأستهلاكي العائلي) مستقرة في المستوى (Level) لأن قيمة تاو المحسوبة هي اكبر من القيم الجدولية، وعليه فهي سلسلات زمنية لا تحتوي على جذر وحدة، اي أنها متكاملة من الدرجة صفر في حين كانت السلسلات الزمنية لباقي المتغيرات الستة غير مستقرة، لأن قيمة تاو المحسوبة هي اصغر من القيم الجدولية، وتصبح مستقرة عند اخذ الفروق الاولى (First-difference) للسلسلات الاصيلية ، ومن ثم فهي سلسلات زمنية لمتغيرات متكاملة من الدرجة (I)، كما مبين في الجدول (3). ويمكن العودة الى جدول (1) في الملحق للتعرف على نتائج اختبار السكون لسلسلات الزمنية .

جدول (3)
ملخص تحديد درجة التكامل لمتغيرات الدراسة
من خلال اختبار فيليب- بيرون (Philips-Perron)

الترتيب	المتغيرات	درجة التكامل
1	الناتج المحلي الاجمالي	I(1)
2	الرقم القياسي للأسعار المستهلك	I(1)
3	ال الصادرات	I(1)
4	الاستيرادات	I(1)
5	عرض النقود	I(0)
6	عدد السكان	I(0)
7	سعر الفائدة	I(1)
8	الاجور	I(0)
9	الانفاق الأستهلاكي العائلي	I(0)
10	الانفاق الأستهلاكي الحكومي	I(1)
11	سعratصر الموازي	I(1)

المصدر: الجدول من اعداد الباحثة بالاعتماد على النتائج الاحصائية لبرنامج Eviews 10 views

وبعد الاختبارات السابقة، و تحديد درجة (رتبة) المتغيرات قيد الدراسة، وذلك لاختيار الاسلوب التحليلي المناسب لها، تبين ان بعض المتغيرات المستقلة هي متغيرات مستقرة عند المستوى والاخرى قد استقرت بالفرق الاول، في حين أن المتغير التابع قد استقر عند الفرق الاول وهو cpi، لهذا سوف نلجأ الى طريقة ARDL في التقدير كونها الطريقة الملائمة في ذلك، بحسب توصيات بيسران وشن (Pesaran and Shin).

إذ يعدل الانحدار الذاتي للفجوات الزمنية المتباطئة (ARDL) Autoregressive-Distributed Lag (ARDL) لكونه لا يتطلب ان تكون المتغيرات البديل المفضل عن الاساليب التقليدية في التكامل المشترك، لكونه لا يتطلب ان تكون المتغيرات

متکاملة من الرتبة نفسها، كما ان نتائجه دقيقة في العينات الصغيرة، ويمكن استخدامه بصرف النظر عن درجة التکامل بين المتغيرات سواء كانت من الدرجة (1) أم الدرجة (0) أو الدرجة (2)، فضلاً عن امكانية الحصول على نتائج المدى القصير والطويل في آن واحد.(21)

بما اننا نستخدم بيانات سنوية لحجم عينة يعد صغير نسبياً (41) مشاهدة، لذلك فإن نموذج ARDL، سوف يكون محدد بفترتي ابطاء بحد أقصى (فترتين زمنيتين من التخلف) فقط، علمًا أن هذا المستوى من التخلف قد أوصى به بيسران وشن (Pesaran and Shin 1999) و (Narayan 2004) فضلاً عن أن تحليل الدول يأتى باستخدام نموذج الانحدار الذاتي للإبطاء الموزع (ARDL) يتضمن خطوتين: الأولى تحديد العلاقة طويلة الأجل بين المتغيرات بواسطة اختبار F-Statistics، فإذا كانت هذه العلاقة موجودة، بمعنى وجود تكامل مشترك بين متغيرات النموذج ننتقل إلى الخطوة الثانية من التحليل والتي تتضمن تقدير معلمات الأجل القصير والطويل لنموذج تصحيح الخطأ(22)، ومن ثم التأكد من اختيار النموذج.

قامت الباحثة بصياغة عدد من النماذج لكن لم تجتاز كل الاختبارات الاحصائية والقياسية لذا اكتفت بنتائج الدالة أدناه.

$$Y = f(gdp, congov, x, imp, pop, per, ir)$$

تم تقدير نموذج الانحدار الذاتي للإبطاء الموزع ARDL للدالة، وتشير نتائج التقدير الى ان القدرة التفسيرية للنموذج المقدر ($R^2=0.95$)، وقيمة Adjusted R-squared=0.88 اي ان المتغيرات المستقلة الداخلة في النموذج المقدر تفسر (95%) من التغير في المتغير التابع . وتشير النتائج الى أن النموذج معنوي، إذ إن قيمة F المحسوبة كبيرة تساوي (13.45) وهي معنوية عند مستوى (1%)، ومن ثم النموذج المقدر يكون معنويًا ونرفض فرضية العدم

$$H_0 : \beta_0 = \beta_1 = \beta_2 = 0$$

$H_1 : \beta_0 \neq \beta_1 \neq \beta_2 \neq 0$ ، التي تنص على وجود علاقة بين المتغيرات المفسرة والمتغير التابع(الرقم القياسي للاسعار المستهلك)، كما مبين في الجدول (4).

جدول (4)

تقدير اثر العوامل الاقتصادية على التضخم باستخدام نموذج ARDL

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.*
DCPI(-1)	1.145857	0.260559	4.397683	0.0006
DCPI(-2)	-1.199654	0.329466	-3.641212	0.0027
DPER	0.003706	0.001583	2.340733	0.0346
DPER(-1)	-0.006661	0.002317	-2.874621	0.0122
DPER(-2)	0.002779	0.002265	1.226995	0.2401
DGDP	1.97E-07	9.92E-08	1.982869	0.0674
DGDP(-1)	8.25E-08	1.15E-07	0.719749	0.4835
DGDP(-2)	2.87E-07	1.43E-07	1.998607	0.0655
DX	-2.87E-07	1.72E-07	-1.675995	0.1159
DX(-1)	-5.55E-07	1.81E-07	-3.061086	0.0085
DX(-2)	-1.05E-06	2.34E-07	-4.486942	0.0005
DIMP	4.02E-07	1.97E-07	2.045872	0.0600

DIMP(-1)	3.92E-07	1.34E-07	2.917717	0.0112
DIMP(-2)	5.99E-07	1.37E-07	4.382591	0.0006
DIR	0.616750	0.424288	1.453612	0.1681
DIR(-1)	0.566656	0.301961	1.876585	0.0816
DIR(-2)	2.116508	0.503714	4.201806	0.0009
DCONGOV	3.98E-07	2.53E-07	1.574820	0.1376
DCONGOV(-1)	8.06E-07	4.03E-07	1.998264	0.0655
DCONGOV(-2)	9.07E-07	4.63E-07	1.957324	0.0706
POP	4.155768	3.647667	1.139295	0.2737
POP(-1)	0.000810	4.804566	0.000169	0.9999
POP(-2)	-4.191562	3.148746	-1.331185	0.2044
C	-4.617282	1.987206	-2.323504	0.0357
R-squared	0.956708	Mean dependent var	3.936605	
Adjusted R-squared	0.885584	S.D. dependent var	6.301767	
S.E. of regression	2.131596	Akaike info criterion	4.616248	
Sum squared resid	63.61180	Schwarz criterion	5.650513	
Log likelihood	-63.70871	Hannan-Quinn criter.	4.984231	
F-statistic	13.45142	Durbin-Watson stat	1.914373	
Prob(F-statistic)	0.000005			

المصدر: الجدول من اعداد الباحثة بالاعتماد على النتائج الاحصائية لبرنامج Eviews9

ننتقل الى اختبار وجود علاقة تكامل مشترك اي وجود علاقة توازنية طويلة الاجل عن طريق اختبار الحدود (Bounds Test)، وتشير النتائج الى ان القيمة المحسوبة لاختبار (F-statistics)، قد كانت (4.58) وهي اكبر من القيمة الجدولية الصغرى والكبير عند جميع مستويات المعنوية، وعليه نقبل الفرضية البديلة التي تنص على وجود تكامل مشترك بين المتغيرات، اي توجد علاقة طويلة الاجل بين المتغيرات المفسرة والتضخم، كما مبين في الجدول (5).

جدول (5)

اختبار الحدود للنموذج المقدر

Test Statistic	Value	k
F-statistic	4.587269	7
Critical Value Bounds		
Significance	I0 Bound	I1 Bound
10%	2.03	3.13
5%	2.32	3.5
2.5%	2.6	3.84
1%	2.96	4.26

المصدر: الجدول من اعداد الباحثة بالاعتماد على النتائج الاحصائية لبرنامج Eviews9

ثم ننتقل الى تقدير معلمات الاجل القصير (انموذج تصحيح الخطأ) والاجل الطويل وفق منهج ARDL، إذ تشير النتائج الى أن معلمة الاجل القصير للمتغيرات المستقلة سعر الصرف الموازي والاستيرادات وال الصادرات وسعر الفائدة معنوية عند مستوى (1% و5%)، وحسب عمود الاحتمال (Prob.)، وأن هذه المتغيرات المستقلة لها تأثير في التضخم وهو مطابق لمضمون النظرية الاقتصادية.

وتشير النتائج الى أن معلمة تصحيح الخطأ او سرعة التكيف قد بلغت (-1.05) وهي معنوية عند مستوى(%)105)، أي أن الانحرافات في الاجل القصير تصحيح بنسبة (105%) اتجاه القيمة التوازنية طويلة الأجل خلال السنة ذاتها.

اما العلاقة طويلة الاجل فنلاحظ ان الناتج المحلي الاجمالي والاستيرادات وال الصادرات وسعر الفائدة والانفاق الحكومي في الاجل الطويل له تأثير معنوي على التضخم كما مبين في الجدول (6).

جدول (6)

نموذج تصحيح الخطأ والعلاقة طويلة الاجل بين العوامل الاقتصادية والتضخم

Cointegrating Form				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(DCPI(-1))	1.199654	0.329466	3.641212	0.0027
D(DPER)	0.003706	0.001583	2.340733	0.0346
D(DPER(-1))	-0.002779	0.002265	-1.226995	0.2401
D(DGDP)	0.000000	0.000000	1.982869	0.0674
D(DGDP(-1))	-0.000000	0.000000	-1.998607	0.0655
D(DX)	-0.000000	0.000000	-1.675995	0.1159
D(DX(-1))	0.000001	0.000000	4.486942	0.0005
D(DIMP)	0.000000	0.000000	2.045872	0.0600
D(DIMP(-1))	-0.000001	0.000000	-4.382591	0.0006
D(DIR)	0.616750	0.424288	1.453612	0.1681
D(DIR(-1))	-2.116508	0.503714	-4.201806	0.0009
D(DCONGOV)	0.000000	0.000000	1.574820	0.1376
D(DCONGOV(-1))	-0.000001	0.000000	-1.957324	0.0706
D(POP)	4.155768	3.647667	1.139295	0.2737
D(POP(-1))	4.191562	3.148746	1.331185	0.2044
CointEq(-1)	-1.053797	0.198883	-5.298565	0.0001

$$\text{Cointeq} = \text{DCPI} - (-0.0002 * \text{DPER} + 0.0000 * \text{DGDP} - 0.0000 * \text{DX} + 0.0000$$

$$* \text{DIMP} + 3.1315 * \text{DIR} + 0.0000 * \text{DCONGOV} - 0.0332 * \text{POP} - 4.3816)$$

Long Run Coefficients				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
DPER	-0.000167	0.002732	-0.061080	0.9522
DGDP	0.000001	0.000000	2.664787	0.0185
DX	-0.000002	0.000000	-5.441577	0.0001
DIMP	0.000001	0.000000	4.691815	0.0003
DIR	3.131452	0.507567	6.169539	0.0000
DCONGOV	0.000002	0.000001	2.646962	0.0191
POP	-0.033198	0.105947	-0.313347	0.7586
C	-4.381568	1.761651	-2.487194	0.0261

المصدر: الجدول من اعداد الباحثة بالاعتماد على النتائج الاحصائية لبرنامج Eviews9

ننتقل الى اختبار الارتباط الذاتي للنموذج المقدر، للتأكد من خلوه من مشكلة الارتباط التسلسلي باستخدام اختبار(Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test)، إذ تشير النتائج الى ان النموذج المقدر خالي من الارتباط التسلسلي، اي نقبل فرضية العدم التي تقضي بعدم وجود ارتباط

تسلسلي بين الباقي لأن قيمة اختبار Chi-Square غير معنوية، وعليه نرفض الفرضية البديلة بوجود الارتباط التسلسلي، كما مبين في جدول (7).

جدول (7)

اختبار الارتباط التسلسلي للنموذج المختار

Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test:

F-statistic	0.021924	Prob. F(2,12)	0.9784
Obs*R-squared	0.138344	Prob. Chi-Square(2)	0.9332

المصدر: الجدول من اعداد الباحثة بالاعتماد على النتائج الاحصائية لبرنامج Eviews9

ثم ننتقل الى اختبار النموذج المقدر والتأكد من عدم تجانس التباين، إذ تشير النتائج الى ان النموذج المقدر خالي من مشكلة عدم تجانس التباين لأن المؤشرات الاحصائية ايضاً كانت غير معنوية اي أن تباين الاخطاء متتجانس، كما مبين في الجدول (8).

جدول (8)

اختبار عدم تجانس التباين للنموذج المختار

Heteroskedasticity Test: Breusch-Pagan-Godfrey

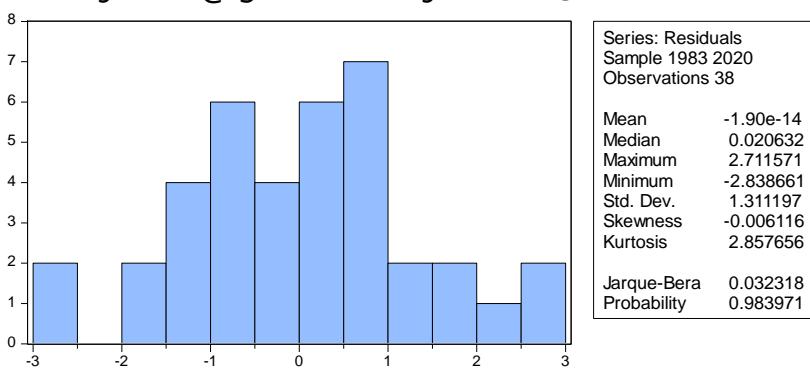
F-statistic	0.661109	Prob. F(23,14)	0.8165
Obs*R-squared	19.78425	Prob. Chi-Square(23)	0.6549
Scaled explained SS	2.494272	Prob. Chi-Square(23)	1.0000

المصدر: الجدول من اعداد الباحثة بالاعتماد على النتائج الاحصائية لبرنامج Eviews9

اختبار سلامة النموذج المقدر

قيمة اختبار Jarque-Bera - بيرا يختبر فرضية عدم تجانس التباين على ان الباقي تتوزع توزيع طبيعي، مقابل الفرضية البديلة بأن الباقي لا تتواءم توزيع طبيعي، لذا فإن قيمة الاختبار تشير الى ان يجب قبول فرضية عدم تجانس الاحتمالية $p\text{-value}$ هي أكبر من 5%， اي ان الباقي تتوزع توزيع طبيعي وان هذا مؤشر جيد لجودة النموذج المقدر. كما مبين بالشكل (1).

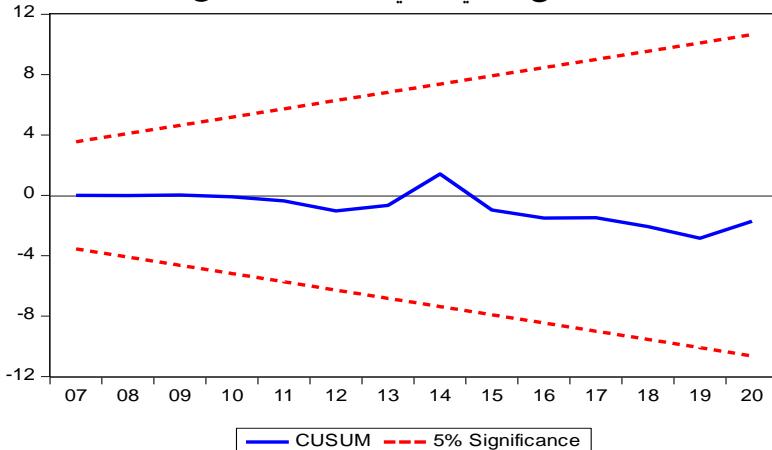
شكل (1) اختبار سلامة النموذج المقدر



المصدر: الجدول من اعداد الباحثة بالاعتماد على النتائج الاحصائية لبرنامج Eviews9

واخيراً ننتقل الى اختبار استقرارية النموذج المقدر (ARDL)، إذ تشير نتائج الشكل (١) الخاص بالمجموع التراكمي للبواقي داخل حدود القيم الحرجة عند مستوى معنوية (٥%) وهذا يدل على استقرارية المتغيرات الداخلة في النموذج.

شكل (٢) المجموع التراكمي للبواقي (CUSUM) للنموذج المختار



المصدر: الجدول من اعداد الباحثة بالاعتماد على النتائج الاحصائية لبرنامج Eviews9

الاستنتاجات

من خلال سير الدراسة تم التوصل الى العديد من الاستنتاجات وهي:

1. بینت نتائج تحليل الاستقرارية للبيانات قيد الدراسة ان عرض النقد والاجور والسكن والانفاق الاستهلاكي العائلي هي متغيرات مستقرة عند المستوى وان سعر الصرف الموازي وسعر الفائدة والانفاق الاستهلاكي الحكومي والناتج المحلي الاجمالي والاستيرادات وال الصادرات هي متغيرات مستقرة عند الفرق الاول ، في حين أن المتغير التابع (الرقم القياسي للاسعار المستهلك) قد استقر عند الفرق الاول، لذا تم استخدام طريقة ARDL في التقدير.
2. بینت نتائج اختبار الحدود لنموذج المختار بوجود علاقة طويلة الاجل بين متغيراته وعدم وجود ارتباط تسلسلي بين البواقي وان النموذج المقدر خالي من مشكلة عدم تجانس التباين.
3. ان المتغيرات المستقلة سعر الصرف الموازي والاستيرادات وال الصادرات وسعر الفائدة ذات اثر كبير على معدل التضخم في الاجل القصير اما الناتج المحلي الاجمالي والاستيرادات وال الصادرات وسعر الفائدة والانفاق الحكومي هي ذات الاثر الاكبر في الاجل الطويل.

الوصيات

1. محاولة التأثير على كمية النقود المتداولة في السوق وذلك بوضع حواجز للادخار للتقليل من السيولة النقدية ومن ثم تحجيم التداول النقدي.
2. زيادة الانتاج ورفع مستوى الانتاجية بعملان في جانب العرض لمواجهة التضخم، ومن ثم تفعيل القطاع الانتاجي وخاصة الحكومي واعادة الحياة للمؤسسات ذات الانتاجية الكبيرة يؤدي الى سد النقص الحاصل في الانتاج المحلي بدلاً من الاعتماد على الاستيرادات من الخارج بالإضافة الى ان هذا يساعد على سحب جزء من البطالة وتشغيل الابدي العاملة المحلية.

3. توجيه جزء من الزيادات الحاصلة في عوائد النفط الى العوائل ذوي الدخول المنخفضة التي تواجه ارتفاعات كبيرة في الاسعار مما ينعكس بصورة سلبية على تلك العوائل فيجب توسيع شبكة الحماية الاجتماعية لتشمل اكبر عدد ممكن من العوائل التي تقع عند خط الفقر.
4. التوسع في مجال البناء العمودي والافقي حسب المناطق المحددة بالبناء السكني ودخول القطاع الخاص في هذا المجال للقضاء على الارتفاعات الكبيرة في اسعار وايجارات المباني السكنية مما ينعكس بصورة كبيرة على ارتفاع اسعار هذا القطاع وانعكاس ذلك على المستوى العام للاسعار بصورة عامة.

الملاحق

جدول (1)

نتائج اختبار السكون للسلالل الزمنية باستخدام اختبار فليب- بيرون (Philips-Perron) عند المستوى (Levels) للمدة 1980-2020

1	GDP	بعد ثابت واتجاه عام	بعد ثابت	بدون حد ثابت وبدون اتجاه عام	القيم الحرجة
		-2.063497	-0.620763	0.227857	الناتج المحلي الإجمالي
		-4.205004	-3.605593	-2.624057	عند مستوى %1 معنوية
	غير مستقر	-3.526609	-2.936942	-1.949319	عند مستوى %5 معنوية
		-3.194611	-2.606857	-1.611711	عند مستوى %10 معنوية
2	EX	-2.396773	-1.195503	-0.542142	ال الصادرات
		-4.205004	-3.605593	-2.624057	عند مستوى %1 معنوية
	غير مستقر	-3.526609	-2.936942	-1.949319	عند مستوى %5 معنوية
	ال الصادرات	-3.194611	-2.606857	-1.611711	عند مستوى %10 معنوية
3	imp	-2.224846	0.500369	1.002301	الاستيرادات
	الواردات	-4.205004	-3.605593	-2.624057	عند مستوى %1 معنوية
	غير مستقر	-3.526609	-2.936942	-1.949319	عند مستوى %5 معنوية
	عرض النقود	-3.194611	-2.606857	-1.611711	عند مستوى %10 معنوية
4	M	-0.571099	1.819218	2.868618	عرض النقود
		-4.205004	-3.605593	-2.624057	عند مستوى %1 معنوية
	مستقر	-3.526609	-2.936942	-1.949319	عند مستوى %5 معنوية

		-3.194611	-2.606857	-1.611711	عند مستوى معنوية 10%
5	POP	-1.470903	3.129084	13.94943	عدد السكان
		-4.205004	-3.605593	-2.624057	عند مستوى معنوية 1%
	مستقر	-3.526609	-2.936942	-1.949319	عند مستوى معنوية 5%
		-3.194611	-2.606857	-1.611711	عند مستوى معنوية 10%
6	Interest rat	-1.938748	-2.120173	-0.708271	سعر الفائدة
		-4.205004	-3.605593	-2.624057	عند مستوى معنوية 1%
	غير مستقر	-3.526609	-2.936942	-1.949319	عند مستوى معنوية 5%
		-3.194611	-2.606857	-1.611711	عند مستوى معنوية 10%
7	wages	-1.048915	1.598369	2.567533	الاجور
		-4.205004	-3.605593	-2.624057	عند مستوى معنوية 1%
	مستقر	-3.526609	-2.936942	-1.949319	عند مستوى معنوية 5%
		-3.194611	-2.606857	-1.611711	عند مستوى معنوية 10%
8	CONSUM PTIONP	-1.392910	1.147338	2.340184	الأفاق الأستهلاكي العاملي
		-4.205004	-3.605593	-2.624057	عند مستوى معنوية 1%
	مستقر	-3.526609	-2.936942	-1.949319	عند مستوى معنوية 5%
		-3.194611	-2.606857	-1.611711	عند مستوى معنوية 10%
9	CONSUM PTIONGO V	-1.868386	0.337342	1.432175	الأفاق الأستهلاكي الحكومي
		-4.205004	-3.605593	-2.624057	عند مستوى معنوية 1%
	غير مستقر	-3.526609	-2.936942	-1.949319	عند مستوى معنوية 5%
		-3.194611	-2.606857	-1.611711	عند مستوى معنوية 10%

10	Parallel exchange rate	-1.409712	-1.433957	-0.267241	سعر الصرف الموازي
		-4.205004	-3.605593	-2.624057	عند مستوى معنوية %1
	غير مستقر	-3.526609	-2.936942	-1.949319	عند مستوى معنوية %5
	سعر الصرف الموازي	-3.194611	-2.606857	-1.611711	عند مستوى معنوية %10
11	cpi	-1.822673	-0.172388	1.346610	الرقم القياسي للأسعار المستهلك
		-4.205004	-3.605593	-2.624057	عند مستوى معنوية %14
	غير مستقر	-3.526609	-2.936942	-1.949319	عند مستوى معنوية %5
		-3.194611	-2.606857	-1.611711	عند مستوى معنوية %10

المصدر: الجدول من اعداد الباحثة بالاعتماد على النتائج الاحصائية لبرنامج E views10

جدول (2)

نتائج اختبار السكون للسلالس الزمنية باستخدام اختبار فليپ- بيرون (Philips-Perron) عند الفرق الاول 1^{st} لمتغيرات التي لم تسقط عند المستوى للمدة (2020-1980)

ت	المتغيرات	بحد ثابت واتجاه عام	بحد ثابت	بحد ثابت وبدون اتجاه عام
1	GDP	-2.686703	-3.036251	-3.740515
2	الصادرات	-3.434274	-3.839709	-3.849360
3	الاستيرادات	-6.131423	-5.938693	-5.121146
4	سعر الفائدة	-8.553923	-5.189757	-5.327713
5	الأنفاق الأستهلاكي الحكومي	-6.153616	-5.975848	-5.587534
6	سعر الصرف الموازي	-7.125775	-7.084472	-7.061823
	القيم الحرجة Critical Values	بحد ثابت واتجاه عام	بحد ثابت	بحد ثابت وبدون اتجاه عام
	عند مستوى معنوية 1%	-4.211868	-3.610453	-2.625606
	عند مستوى معنوية 5%	-3.529758	-2.938987	-1.949609
	عند مستوى معنوية 10%	-3.196411	-2.607932	-1.611593

المصدر: الجدول من اعداد الباحثة بالاعتماد على النتائج الاحصائية لبرنامج E views10

المصادر

1. زينه أكرم عبد اللطيف النداوي ، (تقدير أثر العوامل الداخلية والخارجية على التضخم بالتطبيق على الاقتصاد العراقي خلال الفترة (1980-2007))، بحث دبلوم، معهد البحث والدراسات الاقتصادية، القاهرة، 2009، ص.19.
2. Marc Labonte, Inflation: Causes, Costs, and Current Status, congressional research services, July26, 2011,p1.
3. د.عبد العظيم الشكري، (أثر سعر الصرف على التضخم النقدي في العراق للمدة (1991-2010)) دراسة قياسية ، مجلة القادسية للعلوم الادارية والاقتصادية، المجلد 15، العدد4، عام 2013، ص147-148.
4. حاتم مهران، (التضخم في دول مجلس التعاون الخليجي ودور صناديق النفط في الاستقرار الاقتصادي)، جامعة الجزيرة، قسم الاقتصاد، السودان، عام 2018 ، ص.5.
5. https://www.arab-api.org/images/publication/pdfs/236/236_wps0702.pdf
6. د.ناظم عبد الله عبد المحمدي و د. علي نبع صابيل الصبيحي ، (التنبؤ بمسارات التضخم في العراق للمدة (2011-2020))جامعة الفلوجة – كلية الادارة والاقتصاد، مجلة الدنانير، العدد12، عام 2018 ، ص.8.
7. http://www.kibs.edu.kw/upload/EDAAT_Oct_2012_402.pdf
8. عمران وليد، (دور السياسة النقدية في مكافحة التضخم حالة الجزائر)، دراسة ماجستير، جامعة ام البواقي، كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسويق، الجزائر، 2013/2014.
9. طلحة محمد، (قياس أثر التضخم على بعض المتغيرات الاقتصادية الكلية (سعر الصرف، النمو الاقتصادي بالجزائر)، اطروحة دكتوراه، جامعة أبي بكر بلقايد، كلية العلوم الاقتصادية والتسيير والعلوم التجارية، 2018/2019 ، الجزائر، ص.29.
10. د.زينه أكرم عبد اللطيف، (تحليل واقع وآلية احتساب الرقم القياسي للاسعار المستهلك في العراق معوقات وحلول)، بحث، الجهاز المركزي للإحصاء، بغداد، 2020، ص.7.
11. عبد المنعم السيد علي و نزار سعد الدين العيسى-، (النقد والبنوك والمصارف والأسواق المالية)، كتاب الطبعة الاولى، عمان-الأردن، 2004 ، ص460.
12. زينه أكرم عبد اللطيف النداوي، (استخدام الاساليب الاحصائية في تقدير وتحليل دالة الاستهلاك في العراق للمدة (1970-2015))، اطروحة دكتوراه، العراق، جامعة الكوفة، 2019 ، ص77-75.
13. د.عثمان حسين سلمان وم.م.سناء جاسم محمد ، (العوامل المحددة للعرض النقدي في العراق للمدة (2003-2016) دراسة قياسية)، مجلة الادارة والاقتصاد الجامعية المستنصرية، العدد124 ، حزيران 2020 ، ص159.
14. عبد الحسين الغالي، (سعر الصرف-العوامل المؤثرة فيه وادارته في ظل الصدمات الحقيقية والنقدية)، اطروحة دكتوراه، جامعة الكوفة ، 2002 ، ص.21.
15. د.عبد العظيم الشكري، (أثر سعر الصرف على التضخم النقدي في العراق للمدة (1991-2010)) دراسة قياسية ، مجلة القادسية للعلوم الادارية والاقتصادية، المجلد 15، العدد4، عام 2013 ، ص150.
16. على بلکبری، (فعالية السياسة النقدية في تحقيق الاستقرار الاقتصادي في ظل الاصلاحات الراهنة دراسة حالة الجزائر)، رسالة ماجستير، جامعة البواقي كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسويق، عام 2013/2014 ، ص.15.
17. وزارة التخطيط، الجهاز المركزي للإحصاء، (أثر الانفاق الحكومي على التضخم للفترة (1985-1980)) خطة بحوث الوزارة ، دراسة رقم 639 ، تشرين الاول عام 1988 ، ص.39.

18. Tai dang, Impact of government spending on inflation in Asia emerging economies: evidence from India, Vietnam, and Indonesia, Crawford school of public policy, Australian national University, Canberra, ACT, 0200, Australia, 2014, p 23
19. على بلکبیر ، (فعالية السياسة النقدية في تحقيق الاستقرار الاقتصادي في ظل الاصلاحات الراهنة دراسة حالة الجزائر)، رسالة ماجستير، جامعة البوادي كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسويق، عام 2013/2014 ، ص15.
20. عماري زهير، (أثر سعر النفط على النمو الاقتصادي في الجزائر باستخدام التحليل الديناميكي (نموذج الانحدار الذاتي- VAR - للفترة (1980-2013))، مجلة العلوم الاقتصادية والتسويق والعلوم التجارية، العدد(14)، 2015، ص120.
21. Hamza ERDOĞDU, Hasan ÇİÇEK, (Modelling beef Consumption in Turkey: The ARDL/bound test approach), Turkish Journal of Veterinary and Animal Sciences, 2017, p258

ENDPOINT-INFLATED POISSON DISTRIBUTION

H. A. Abd EL-Hady, A. T. El-Ghanam and A. E. Abu-Hussien

Statistics Department, Faculty of Commerce, AL-Azhar University (Girls' Branch),
Cairo, Egypt

تاریخ استلام البحث: 2022/10/11

تاریخ قبول البحوث: 2022/11/24

نشر البحث في العدد الثامن عشر: مارس / اذار 2023

2522-64X/519.2

رمز التصنيف ديوبي / النسخة الالكترونية (Online):

2519-948X/519.2

رمز التصنيف ديوبي / النسخة الورقية (Print):

ENDPOINT-INFLATED POISSON DISTRIBUTION

H. A. Abd EL-Hady, A. T. El-Ghanam and A. E. Abu-Hussien

Statistics Department, Faculty of Commerce, AL-Azhar University (Girls' Branch),
Cairo, Egypt

Abstract

This article is concerned with Endpoint-Inflated Poisson distribution for modeling count data with large frequencies of zeros and right-endpoint m . The proposed model is said to be inflated since it allows for positive probability mass at some points (zero and m). The model is a mixture of three distributions, a degenerate distribution with a unit point mass at zero, a degenerate distribution with a unit point mass at m which assign higher probabilities to 0 and m and the other counts are defined by the Poisson distribution. Some of its properties is discussed. The maximum likelihood and moment approaches are utilized to derive point estimates and confidence intervals for the distributional parameters. The elements of the Hessian matrix, the Fisher information matrix and the variance-covariance matrix of the maximum likelihood estimators are derived. An application using two real data sets is presented. The performance of the model and its sub-models is assessed using goodness of fit test and different information criteria.

Keywords: Count data; Poisson distribution; Zero-Inflated Poisson distribution;
Endpoint-inflated Poisson distribution; Zero- one Inflated Poisson
distribution; Maximum likelihood estimators; Moment estimators.

1. Introduction

Many studies in different areas involve nonnegative integer values. The Poisson models are the most used tools for modeling count data. In practice, however, count data are often over dispersed, the variance can be greater than the average value. One frequent manifestation of over dispersion is that the incidence of zero counts is greater than expected for the Poisson distribution. Motivated by this fact, some studies have focused on inflated distributions for modeling count data with large frequencies of zeros that cannot be explained by models based on standard distributional assumptions. Inflated distributions can be thought as finite mixture distributions which involve a finite number of components to deal with the nature of the data. Mixture distributions arise when each distribution separately cannot describe the data. Some of these studies are interested in zero-inflated and others are interested in zero-and-one inflated families of models.

Zero-inflated distributions have been developed to fit count data with large frequencies of zeros that cannot be explained by models based on standard distributional assumptions. Such data are common in many fields including medicine, public health studies, epidemiology, ecology, sociology, psychology, econometrics, agriculture, engineering, manufacturing, and road safety. This method is based on an assumption that the random variable is generated by a mixture of two distributions, one is the discrete distribution and a degenerate distribution with a unit point mass at zero [see Mullahy (1986) developed zero inflated family of models, Lampert (1992) extended

zero-inflated Poisson (ZIP) distribution]. Many studies build regression models based on Zero-inflated distributions to clarify the relation between the covariates and the response variable. [see Lampert (1992) used a parametric ZIP regression model to study the effects of covariates with parameters of interest via appropriate link functions, Ridout et al. (2001) derived a score test for testing a ZIP regression model against zero-inflated negative binomial (ZINB) alternatives which the non-zero part of the count data is over dispersed and another distribution such as ZINB may be more appropriate than ZIP, Diop and Dupuy (2014) developed zero inflated Bernoulli (ZIBER) regression model to fit binary data that contain too many zeros. Fitriani et al. (2019) presented Simulation on the ZINB to model over dispersed Poisson distributed data, Diallo et al. (2019) presented estimation in zero-inflated binomial (ZIB) regression with missing covariates].

Zero-and-one inflated distributions have been developed to fit count data with excess zeros and ones simultaneously. For example, most car owners will claim zero or one time in the insurance period; one may be infected by some virus for at most one-time due to the generation of corresponding antibodies once after the infection, so the count of one can be underestimated by zero-inflated models. There are many ways to build zero-and-one inflated models and one of these methods is based on an assumption that the random variable is generated by a mixture of three distributions, one is the discrete distribution, a degenerate distribution with a unit point mass at zero, and a degenerate distribution with a unit point mass at one [see Edwin (2014) considered zero-one inflated geometric (ZOIG) distribution in analysis of a real life. Alshkaki (2016) introduced zero-and-one inflated power series distributions, Poisson, binomial, negative binomial, geometric and logarithmic series distributions. Alshkaki (2016) discussed properties and parameters estimators of zero-and-one inflated Poisson (ZOIP) distribution. Alshkaki (2016) provided mathematical properties of zero-one inflated logarithmic series (ZOILS) distribution. Alshkaki (2016) provided mathematical properties of zero-one inflated negative binomial (ZOINB) and zero-one inflated binomial (ZOIB) distributions. Zhang et al. (2016) studied the likelihood based ZOIP model without covariates. Tang et al. (2017) studied the statistical inference for (ZOIP) distribution. Liu et al. (2018) derived the objective Bayesian estimation of ZOIP model, Alshkaki (2019) drive a combined estimation method to estimate the parameters of the (ZOINB) distribution, Tlhaloganyang et al. (2019) derived Structural properties of zero-one-inflated negative-binomial crack (ZOINBCR) distribution]. To investigate the relation between the covariates and the response variable, many studies build regression models based on zero-and-one inflated distributions [see Deng et al. (2015) introduced generalized endpoint-inflated binomial model, Liu et al. (2018) introduced zero-and-one inflated Poisson regression model].

In this article, endpoint-inflated model was developed to fit count data to handle variability from both excessive zeros and excessive right-endpoint m compared with other observations in the data .Such data are common in many fields including psychological, social, and public health related research. For example, many patients go to the cosmetology many times when others never visit; the number of days that individuals employ may be zero due to unemployment and may be many days; patients may be infected by the virus and have not received any doses of prescription

medication for lack of detection while others have received multiple doses for early detection; the number of days people with psychiatric problems spent in hospitals exceeds months while others are not fully hospitalized. The proposed model is suggested based on the strategy of inclusion an extra parameter, which is an extension of zero-inflated models through addition of the right-endpoint inflation parameter to provide alternative distributions for modeling count data that is found to be characterized by excessive zero and excessive right-endpoint counts. The model is based on an assumption that the random variable is generated by a mixture of three distributions, one is the discrete distribution, a degenerate distribution with a unit point mass at zero, and a degenerate distribution with a unit point mass at m , so the model is said to be inflated since it allows for positive probability mass at some points [zero and m].

The endpoint-inflated Poisson distribution is a mixture of three distributions, a degenerate distribution with a unit point mass at zero, a degenerate distribution with a unit point mass at m which assign higher probabilities to zero and m and the other counts are defined by the Poisson distribution. This article unfolds as follows; Section 2 presents the endpoint-inflated Poisson distribution. The main properties of the distribution such as the mean, variance, moment generating function, and the probability generating function are obtained in Section 3. Section 4 discusses the maximum likelihood estimators. The elements of the Hessian matrix, the Fisher information matrix and the variance-covariance matrix of the maximum likelihood estimators are derived in Section 5. In Section 6 the moment estimators are presented. Estimation of the parameters of the endpoint-inflated Poisson distribution and its sub-models as well as fitting their frequencies were presented in Section 7 using two different sets of data representing; the number of infected cases with Covid 19 in Africa data, the number of weekly worked days in Egypt data. Finally, some concluding remarks were given in section 8.

2. Endpoint-Inflated Poisson Distribution

Let Y be a discrete random variable has an endpoint-inflated Poisson distribution, denoted by $EIP(\varphi_0, \varphi_1, \lambda)$, the model can be expressed as a mixture of three probability functions as follows:

$$f(y; \varphi_0, \varphi_1, \lambda) = \varphi_0 f_1(y) + \varphi_1 f_2(y) + \varphi_2 f_3(y), \quad (1)$$

where

$$f_1(y) = p(y = 0) = 1, \text{ for } y = 0. \quad (2)$$

is a degenerate probability function with a unit point mass at zero,

$$f_2(y) = p(y = m) = 1, \text{ for } y = m. \quad (3)$$

is a degenerate probability function with a unit point mass at m ,

$$f_3(y) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^y}{y!}, \text{ for } y = 0, 1, 2, \dots, \lambda > 0 \quad (4)$$

is the probability mass function (pmf) of the Poisson distribution, denoted by $\text{PD}(\lambda)$, $\varphi_0 \in [0,1]$, $\varphi_1 \in [0,1]$ denote the unknown proportion for incorporating extra zeros and extra right-endpoint m , respectively and $\varphi_2 = 1 - \varphi_0 - \varphi_1 \in [0,1]$.

then

$$f(y; \varphi_0, \varphi_1, \lambda) = \begin{cases} \varphi_0 + \varphi_2 e^{-\lambda}, & \text{if } y = 0, \\ \varphi_2 \frac{e^{-\lambda} \lambda^y}{y!}, & \text{if } y = 1, 2, \dots, m-1, m+1, \\ \varphi_1 + \varphi_2 \frac{e^{-\lambda} \lambda^m}{m!}, & \text{if } y = m, \end{cases} \quad (5)$$

The model (5) is a three-component mixture model with two degenerate distributions at $y = 0$ and $y = m$, and the $\text{PD}(\lambda)$. Figure 1 shows some different $\text{EIP}(\varphi_0, \varphi_1, \lambda)$ probability mass functions along with the corresponding values of $(\varphi_0, \varphi_1, \lambda)$. It is noteworthy that the probability functions can display different shapes depending on the values of the three parameters. In particular, when $\varphi_0 = 0$, the $\text{EIP}(\varphi_0, \varphi_1, \lambda)$ in (1) is reduced to *right-endpoint inflated Poisson* distribution, denoted by $\text{REIP}(\varphi_1, \lambda)$ when $\varphi_1 = 0$, the $\text{EIP}(\varphi_0, \varphi_1, \lambda)$ in (1) is reduced to *zero inflated Poisson* distribution, denoted by $\text{ZIP}(\varphi_0, \lambda)$ which is proposed by Lampert (1992), when $\varphi_0 = \varphi_1 = 0$, the $\text{EIP}(\varphi_0, \varphi_1, \lambda)$ in (1) becomes the $\text{PD}(\lambda)$ in (4). Also, the subset models can accommodate, inflation-inflation ($\varphi_0 > 0, \varphi_1 > 0$), inflation- deflation ($\varphi_0 > 0, \varphi_1 = 0$), deflation- inflation($\varphi_0 = 0, \varphi_1 > 0$). However, the model can also be used to fit the data with zero deflation ($\varphi_0 = 0$) and m deflation ($\varphi_1 = 0$).

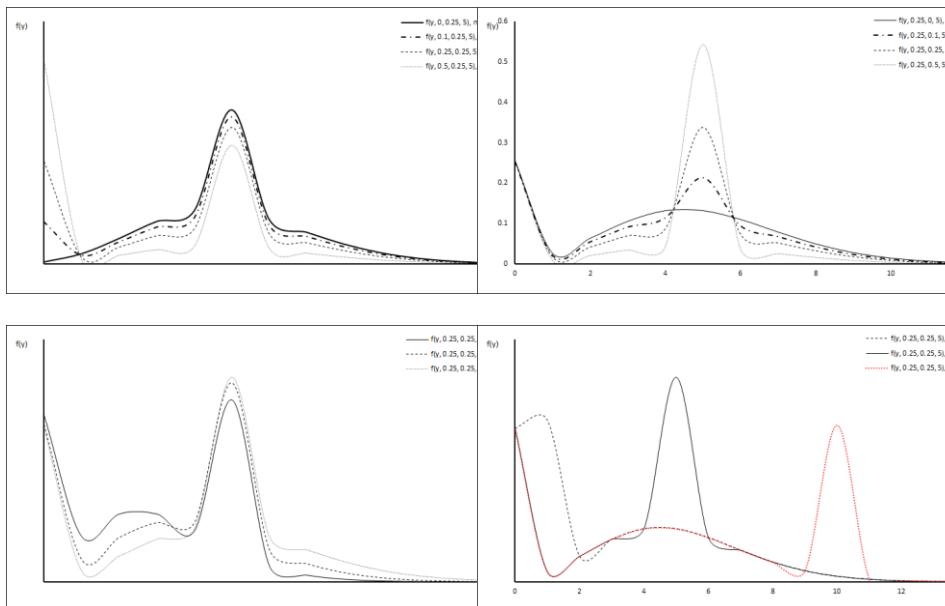


Figure 1 Endpoint-inflated Poisson Probability Mass Functions for different combination of $(\varphi_0, \varphi_1, \lambda)$ and m

The *cumulative distribution function* (cdf) of the EIP($\varphi_0, \varphi_1, \lambda$) is given as:
 $F(y; \varphi_0, \varphi_1, \lambda) = P(Y \leq y)$

$$= \sum_{Y \leq y} f(y; \varphi_0, \varphi_1, \lambda), \quad y = 0, 1, 2, \dots \quad (6)$$

3. Some Properties of the Endpoint-Inflated Poisson Distribution

The r^{th} moment about the origin of the random variable Y can be obtained as follows:

$$E(Y^r) = \varphi_1 m^r + \varphi_2 \sum_{y=0}^{\infty} y^r \frac{e^{-\lambda} \lambda^y}{y!}, \quad r = 1, 2, \dots \quad (7)$$

The *mean* and *variance* respectively, are given by:

$$E(Y) = \varphi_1 m + \varphi_2 \lambda, \quad (8)$$

$$V(Y) = \varphi_1 m^2 + \varphi_2 (\lambda^2 + \lambda) - (\varphi_1 m + \varphi_2 \lambda)^2 \quad (9)$$

The *moment generating function* and the *probability generating function*, respectively, are given by

$$M_y(t) = \varphi_0 + \varphi_1 e^{mt} + \varphi_2 e^{\lambda(e^t - 1)}. \quad (10)$$

$$G_y(t) = \varphi_0 + \varphi_1 t^m + \varphi_2 e^{\lambda(t-1)} \quad (11)$$

By substituting $\varphi_0 = 0$, $\varphi_1 = 0$ and $\varphi_0 = \varphi_1 = 0$, respectively, the main properties of the sub-models, REIP(φ_1, λ), ZIP(φ_0, λ) and PD(λ), respectively, can be obtained as special cases of the main properties of the EIP($\varphi_0, \varphi_1, \lambda$).

4. The Maximum Likelihood Estimators of the parameters

The *maximum likelihood estimation* (MLE) method is used to estimate the parameters of the EIP($\varphi_0, \varphi_1, \lambda$).

Let y_1, \dots, y_n be a random sample of size n drawn from $f(y; \varphi_0, \varphi_1, \lambda)$ in (5).

The likelihood function of the observed sample is given by:

$$L(\underline{\theta}; \underline{y}) = \prod_{i=1}^n f(y_i; \varphi_0, \varphi_1, \lambda), \quad (12)$$

where $\underline{\theta} = (\varphi_0, \varphi_1, \lambda)$.

The likelihood function of EIP($\varphi_0, \varphi_1, \lambda$) is derived by substituting (5), in (12).

$$L(\underline{\theta}; \underline{y}) = [\varphi_0 + \varphi_2 e^{-\lambda}]^{I_0} \left[\varphi_1 + \varphi_2 \frac{e^{-\lambda} \lambda^m}{m!} \right]^{I_1} \prod_{i=1}^{I_2} \left(\varphi_2 \frac{e^{-\lambda} \lambda^y}{y_i!} \right). \quad (13)$$

where

$$I_0 = I_0(y) = \#\{i: y_i = 0\},$$

$$I_1 = I_1(y) = \#\{i: y_i = m\},$$

and

$$I_2 = n - I_o - I_1.$$

Here $\# \mathbb{x}$ is used to denote the number of elements of the set \mathbb{x} .

The natural logarithm of (13) can be obtained as follows:

$$\begin{aligned} \ell(\underline{\theta}) &= \ln L(\underline{\theta}; \underline{y}) \\ &= I_o \ln(\varphi_o + \varphi_2 e^{-\lambda}) + I_1 \ln \left(\varphi_1 + \varphi_2 e^{-\lambda} \frac{\lambda^m}{m!} \right) + I_2 \ln(\varphi_2) - I_2 \lambda \\ &\quad + \sum_{i=1}^{I_2} y_i \ln(\lambda) \\ &\quad - \sum_{i=1}^{I_2} \ln y_i!. \end{aligned} \quad (14)$$

The elements of the score vector for φ_0, φ_1 and λ can be obtained by taking the first partial derivatives of the log likelihood function (14) with respect to the unknown parameters $\underline{\theta} = (\varphi_0, \varphi_1, \lambda)$, as follows:

$$\frac{\partial \ell(\underline{\theta})}{\partial \varphi_0} = \frac{(1 - e^{-\lambda})}{\varphi_o + \varphi_2 e^{-\lambda}} I_o - \frac{\left(e^{-\lambda} \frac{\lambda^m}{m!} \right)}{\varphi_1 + \varphi_2 e^{-\lambda} \frac{\lambda^m}{m!}} I_1 - \frac{1}{\varphi_2} I_2, \quad (15)$$

$$\frac{\partial \ell(\underline{\theta})}{\partial \varphi_1} = -\frac{e^{-\lambda}}{\varphi_o + \varphi_2 e^{-\lambda}} I_o + \frac{\left(1 - e^{-\lambda} \frac{\lambda^m}{m!} \right)}{\varphi_1 + \varphi_2 e^{-\lambda} \frac{\lambda^m}{m!}} I_1 - \frac{1}{\varphi_2} I_2, \quad (16)$$

$$\frac{\partial \ell(\underline{\theta})}{\partial \lambda} = -\frac{\varphi_2 e^{-\lambda}}{\varphi_o + \varphi_2 e^{-\lambda}} I_o + \frac{\varphi_2 e^{-\lambda} \left(\frac{m \lambda^{m-1}}{m!} - \frac{\lambda^m}{m!} \right)}{\varphi_1 + \varphi_2 e^{-\lambda} \frac{\lambda^m}{m!}} I_1 - I_2 + \frac{\sum_{i=1}^{I_2} y_i}{\lambda} \quad (17)$$

From (15), (16) and (17), the score vector for φ_0, φ_1 and λ can be written as follows:

$$U(\underline{\theta}) = \left(\frac{\partial \ell(\underline{\theta})}{\partial \varphi_0}, \frac{\partial \ell(\underline{\theta})}{\partial \varphi_1}, \frac{\partial \ell(\underline{\theta})}{\partial \lambda} \right)^T.$$

The ML estimators of φ_0, φ_1 and λ can be obtained as the solution of the nonlinear system [see Alshkaki (2016)].

$$\left(\frac{\partial \ell(\underline{\theta})}{\partial \varphi_0}, \frac{\partial \ell(\underline{\theta})}{\partial \varphi_1}, \frac{\partial \ell(\underline{\theta})}{\partial \lambda} \right)^T = \underline{0}.$$

let

$$p_0 = \varphi_o + \varphi_2 e^{-\lambda}, \quad (18)$$

$$p_1 = \varphi_1 + \varphi_2 e^{-\lambda} \frac{\lambda^m}{m!}. \quad (19)$$

and they can be replaced by their sample relative frequencies, i.e. their sample estimates which are the proportion of zeros and the proportion of m s in the sample as follows:

$$\widehat{p}_0 = \frac{I_0}{n}, \quad (20)$$

$$\widehat{p}_1 = \frac{I_1}{n}. \quad (21)$$

By substituting (18) to (21) in (15) and setting to zero, φ_2 can be estimated as follows:

$$\widehat{\varphi}_2 = \frac{I_2}{n \left(1 - e^{-\lambda} - e^{-\lambda} \frac{\lambda^m}{m!} \right)}. \quad (22)$$

By substituting (18) to (21) in (17), λ can be estimated using:

$$\mathcal{A}(\widehat{\lambda}) = 0, \quad (23)$$

$$\mathcal{A}(\widehat{\lambda}) = \left(\sum_{i=1}^{I_2} y_i - I_2 \widehat{\lambda} \right) \left(e^{\widehat{\lambda}} - 1 - \frac{\widehat{\lambda}^m}{m!} \right) + \widehat{\lambda} \left(-1 + \frac{\widehat{\lambda}^{m-1}}{(m-1)!} - \frac{\widehat{\lambda}^m}{m!} \right). \quad (24)$$

Hence, (24) can be solved by any numerical procedure, to obtain $\widehat{\lambda}$ numerically, Similarly, using (18) to (24), φ_0 and φ_1 can be estimated respectively as follows:

$$\widehat{\varphi}_0 = \frac{1}{n} \left[I_0 - \frac{I_2}{e^{\widehat{\lambda}} - 1 - \frac{\widehat{\lambda}^m}{m!}} \right], \quad (25)$$

and

$$\widehat{\varphi}_1 = \frac{1}{n} \left[I_1 - \frac{\frac{\widehat{\lambda}^m}{m!} I_2}{e^{\widehat{\lambda}} - 1 - \frac{\widehat{\lambda}^m}{m!}} \right]. \quad (26)$$

The maximum likelihood (ML) estimators for φ_1, λ of REIP(φ_1, λ), φ_0, λ of ZIP (φ_0, λ), and λ of PD(λ), can be obtained by substituting $I_0 = \varphi_0 = 0$, $I_1 = \varphi_1 = 0$ and $I_0 = \varphi_0 = I_1 = \varphi_1 = 0$, respectively in (14) and taking the partial derivatives with respect to the unknown parameters $\underline{\theta} = (\varphi_1, \lambda)$, $\underline{\theta} = (\varphi_0, \lambda)$ and λ , respectively, and following the same steps as before.

5. The variance-covariance matrix

The variance-covariance matrix of the ML estimators of the EIP($\varphi_0, \varphi_1, \lambda$), is the inverse of Fisher information matrix, the elements of the Fisher information matrix can be obtained by taking the negative expectation of the Hessian matrix.

The elements of the Hessian matrix of the ML estimators of the EIP($\varphi_0, \varphi_1, \lambda$), are obtained by taking the second derivatives of the natural logarithm of the likelihood function, $\ell(\underline{\vartheta})$ in (14) with respect to the unknown parameters, $\underline{\theta} = (\varphi_0, \varphi_1, \lambda)$, as follows [see Appendix A]:

$$[J(\underline{\theta})]_{i,j} = \left[\frac{\partial^2}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \ell(\underline{\theta}) \right] \Bigg|_{\hat{\theta}_i, \hat{\theta}_j}, \quad i, j = 1, 2, 3.$$

the Hessian matrix can be written as follows:

$$J(\underline{\theta}) = \begin{pmatrix} J_{\varphi_0 \varphi_0} & J_{\varphi_0 \varphi_1} & J_{\varphi_0 \lambda} \\ J_{\varphi_1 \varphi_0} & J_{\varphi_1 \varphi_1} & J_{\varphi_1 \lambda} \\ J_{\lambda \varphi_0} & J_{\lambda \varphi_1} & J_{\lambda \lambda} \end{pmatrix}. \quad (27)$$

The elements of the two 2x2 Hessian matrices of the ML estimators for REIP(φ_1, λ) and ZIP(φ_0, λ) can be obtained as special cases of (27) when $I_0 = \varphi_0 = 0$ and $I_1 = \varphi_1 = 0$, respectively.

The elements of the Fisher information matrix of the ML estimators of the EIP($\varphi_0, \varphi_1, \lambda$), are obtained by taking the negative expectation of the Hessian matrix (27) as follows [see Appendix B]:

$$[K(\underline{\theta})]_{i,j} = -E \left[\frac{\partial^2}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \ell(\underline{\theta}) \right] \Bigg|_{\hat{\theta}_i, \hat{\theta}_j},$$

Where: $i, j = 1, 2, 3$. and $\underline{\theta} = (\varphi_0, \varphi_1, \lambda)$ the Fisher information matrix can be written as follows:

$$K(\underline{\theta}) = \begin{pmatrix} K_{\varphi_0 \varphi_0} & K_{\varphi_0 \varphi_1} & K_{\varphi_0 \lambda} \\ K_{\varphi_1 \varphi_0} & K_{\varphi_1 \varphi_1} & K_{\varphi_1 \lambda} \\ K_{\lambda \varphi_0} & K_{\lambda \varphi_1} & K_{\lambda \lambda} \end{pmatrix}. \quad (28)$$

The elements of the two 2x2 Fisher information matrices of the ML estimators for REIP(φ_1, λ) and ZIP(φ_0, λ) can be obtained as special cases of (28) when $I_0 = \varphi_0 = 0$ and $I_1 = \varphi_1 = 0$, respectively.

The variance-covariance matrix of the ML estimators of the EIP($\varphi_0, \varphi_1, \lambda$), is the inverse of Fisher information matrix (28), can be obtained as follows [see Appendix c]:

$$K(\underline{\theta})^{-1} = \frac{1}{|K(\underline{\theta})|} adj K(\underline{\theta}), \quad (29)$$

where

$|K(\underline{\theta})|$ is the determinant of $K(\underline{\theta})$, (30)

and

$adj K(\underline{\theta})$ is the adjoint of $K(\underline{\theta})$. (31)

the variance-covariance can be written as follows:

$$k(\underline{\theta})^{-1} = \begin{pmatrix} K^{\varphi_0 \varphi_0} & K^{\varphi_0 \varphi_1} & K^{\varphi_0 \lambda} \\ K^{\varphi_1 \varphi_0} & K^{\varphi_1 \varphi_1} & K^{\varphi_1 \lambda} \\ K^{\lambda \varphi_0} & K^{\lambda \varphi_1} & K^{\lambda \lambda} \end{pmatrix}, \quad (32)$$

The diagonal elements, k^{ii} of the variance-covariance matrix, $k(\underline{\theta})^{-1}$ in (32) are the variance of the ML estimators, $(\hat{\varphi}_0, \hat{\varphi}_1, \hat{\lambda})$ and the square roots of the diagonal elements of the variance-covariance matrix, are the standard errors of the ML estimators, $(\hat{\varphi}_0, \hat{\varphi}_1, \hat{\lambda})$.

It can be noticed that, the elements of the two, 2×2 variance-covariance matrices for REIP(φ_1, λ) and ZIP(φ_0, λ), can be obtained as special cases of (32) when $I_0 = \varphi_0 = 0$ and $I_1 = \varphi_1 = 0$, respectively, with diagonal elements of each are the variance of the ML estimators, $(\hat{\varphi}_1, \hat{\lambda})$ and $(\hat{\varphi}_0, \hat{\lambda})$ and the square roots of the diagonal elements are the standard errors of the ML estimators, $(\hat{\varphi}_1, \hat{\lambda})$ and $(\hat{\varphi}_0, \hat{\lambda})$ of the ZIP(φ_0, λ) and REIP(φ_1, λ), respectively.

The variance of the ML estimator, $(\hat{\lambda})$ of the PD(λ) can be obtained as follows:

$$V(\hat{\lambda}) = \frac{1}{-\mathbb{E}\left(\frac{\partial^2 \ell(\theta)}{\partial \lambda^2}\right)} = \frac{\hat{\lambda}}{n}, \quad (33)$$

then, the standard error of the ML estimator, $\hat{\lambda}$ is the square root of this variance.

Thus, $(1 - \alpha)100\%$ asymptotic confidence intervals (CIs) of $\hat{\varphi}_0, \hat{\varphi}_1$ and $\hat{\lambda}$ can be obtained as follows:

$$\hat{\theta} \pm z_{\frac{\alpha}{2}}(k^{1/2}), \quad (34)$$

$\hat{\theta} = (\hat{\varphi}_0, \hat{\varphi}_1, \hat{\lambda})$, and z_α represent the α^{th} quantile of the $N(0, 1)$ distribution.

6. The Moment Estimators of the parameters

The moment estimation (ME) method is used to estimate the parameters of the EIP($\varphi_0, \varphi_1, \lambda$). The first three distribution moments about the origin for the EIP($\varphi_0, \varphi_1, \lambda$) can be found to be,

$$\mu'_1 = \varphi_1 m + \varphi_2 \lambda,$$

$$\mu'_2 = \varphi_1 m^2 + \varphi_2 \lambda(1 + \lambda),$$

and

$$\mu'_3 = \varphi_1 m^3 + \varphi_2 \lambda(1 + 3\lambda + \lambda^2).$$

Let y_1, y_2, \dots, y_n be a random sample from $f(y; \varphi_0, \varphi_1, \lambda)$ in (5), and let,

$$M'_r = \frac{\sum_{i=1}^n y^r k_i}{\sum_{i=1}^n k_i}, \quad r = 1, 2, 3 \quad (35)$$

be their sample moments about the origin, then solving the following simultaneous equations:

$$M'_1 = \varphi_1 m + \varphi_2 \lambda, \quad (36)$$

$$M'_2 = \varphi_1 m^2 + \varphi_2 \lambda(1 + \lambda), \quad (37)$$

and

$$M'_3 = \varphi_1 m^3 + \varphi_2 \lambda(1 + 3\lambda + \lambda^2). \quad (38)$$

for φ_0, φ_1 and λ give the following ME for these parameters:

$$\hat{\varphi}_o = \frac{1}{2(-1+m)^2m(M'_2 - M'_3 - M'_1m + M'_2m)} \left(-2M'_1M'_2 + M'^2_2 + 2M'_1M'_3 - 2M'_2M'_3 + M'^2_3 \right. \\ \left. + m(2M'^2_1 + 2M'_2 + 6M'^2_2 - 2M'_3 - 2M'_1M'_3 - 4M'_2M'_3) \right. \\ \left. - m^2(2M'_1 + 3M'^2_1 + 2M'_2 + 8M'_1M'_2 - 2M'^2_2 - 4M'_3 - 4M'_1M'_3) \right. \\ \left. + m^3(4M'_1 + 6M'^2_1 - 2M'_2 - 2M'_1M'_2 - 2M'_3) - m^4(2M'_1 + M'^2_1 - 2M'_2) \right. \\ \left. + \mathbb{Q}(-M'_2 + M'_3 + M'_1m - 2M'_2m + M'_1m^2) \right), \quad (39)$$

$$\hat{\varphi}_1 = \frac{2M'_1 - M'_2 + M'_3 - m(M'_1 - 2M'_2) + M'_1m^2 + \mathbb{Q}}{2(1-m)m}, \quad (40)$$

and

$$\hat{\lambda} = \frac{3M'_2 - M'_3 - 3M'_1m + M'_1m^2 + \mathbb{Q}}{2(M'_1m - M'_2)}. \quad (41)$$

Where

$$\mathbb{Q} = \sqrt{4(-1+m)(M'_2 - M'_1m)(M'_2 - M'_3 - M'_1m + M'_2m) + (3M'_2 - M'_3 + M'_1(-3+m)m)^2}$$

The moment estimators for φ_1, λ of REIP(φ_1, λ), φ_0, λ of ZIP (φ_0, λ), can be obtained by substituting $\varphi_0 = 0$, $\varphi_1 = 0$, respectively, in (36) and (37), then solving the simultaneous equations as before. The moment estimator for λ of PD(λ), can be obtained by substituting $\varphi_0 = \varphi_1 = 0$, in (36).

7. Application

Two applications using two real data sets are introduced to demonstrate the importance and flexibility of the proposed models. The performance of the models is assessed using goodness of fit test and different information criteria. The chi-squared (χ^2) test is applied for testing the goodness of fit of EIP($\varphi_0, \varphi_1, \lambda$) and its sub-models to the data sets. - log-likelihood, Akaike information criteria (AIC) and Bayesian information criteria (BIC) are used for comparing the models, Smaller values of- log-likelihood, AIC and BIC indicate better models.

7.1 The Number of Infected Cases with Covid 19 in Africa Data

An application using the number of infected cases with Covid 19 in 34 countries in the continent of Africa from 3/21/2020 to 12/10/2020 is illustrated. The data set is obtained from the site of World Health Organization (WHO). The observed frequency of the cases which are uninfected with Covid 19 are 162, thus the data set contains 162 zeros. and the observed frequency of one infected case with Covid 19 are 148.; i.e. the data set contains non- negligible number of zeros (left –endpoint) and one (right-endpoint).The bar chart and the normal Q-Q plot of the number of infected cases with Covid 19 in 34 countries in the continent of Africa from 3/21/2020 to 12/10/2020 is presented in Figures 2 and 3. It is noticed that the data contains inflation at two points 0 and 1.

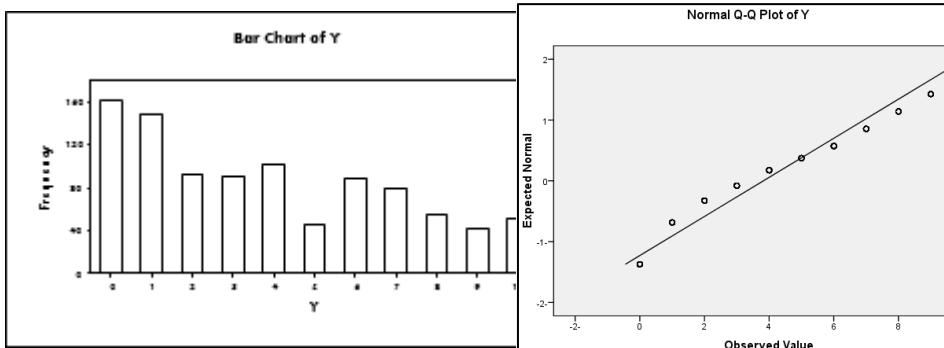


Figure 2: The Number of Infected Cases with Covid 19 in 34 Countries in the Continent of Africa from 3/21/2020 to 12/10/2020.

Figure 3: The Normal Q-Q Plot of the Number of Infected Cases with Covid 19 in 34 Countries in the Continent of Africa from 3/21/2020 to 12/10/2020

The observed and fitted frequency distributions based on the MLE and ME of the EIP($\varphi_0, \varphi_1, \lambda$) and its sub-models are presented in Table 1.

Table 1: Observed and Fitted Frequency Distributions of the Number of Infected Cases with Covid 19 in 34 Countries in the Continent of Africa from 3/21/2020 to 12/10/2020.

Observed Frequency		Count of infected cases										
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
MLE	EIP($\varphi_0, \varphi_1, \lambda$)	162	148	98	94	108	49	81	78	53	41	46
	ZIP(φ_0, λ)	162	191	96	96	108	49	88	80	51	25	13
	REIP(φ_1, λ)	24	144	90	88	118	140	110	119	72	36	16
	PD(λ)	26	93	146	191	184	133	91	54	26	11	5
ME	EIP($\varphi_0, \varphi_1, \lambda$)	171	155	72	93	102	51	84	85	59	47	39
	ZIP(φ_0, λ)	162	44	93	114	102	97	104	91	62	46	43
	REIP(φ_1, λ)	5	430	23	47	71	85	86	74	56	37	44
	PD(λ)	24	80	153	195	186	143	91	50	24	10	3

Point estimates with the corresponding standard errors and confidence intervals for the parameters of EIP($\varphi_0, \varphi_1, \lambda$) and its sub-models using the data set of the number of infected cases with Covid 19 in 34 countries in the continent of Africa from 3/21/2020 to 12/10/2020, are summarized in Table 2

Table 2: The Parameters Estimates and the Corresponding Standard Errors for the Models Using the Data Set of the Number of Infected Cases with Covid 19 in 34 Countries in the Continent of Africa from 3/21/2020 to 12/10/2020

	MLE			ME			
	Point	Std. Error	Interval	Point	Std. Error	Interval	
EIP($\varphi_0, \varphi_1, \lambda$)	$\hat{\lambda}$	5.4223	0.0948	(5.2365, 5.6081)	5.6031	0.02421	(5.55565, 5.65055)
	$\hat{\varphi}_0$	0.1660	0.0118	(0.1428, 0.1892)	0.1760	0.04308	(0.09156, 0.26044)
	$\hat{\varphi}_1$	0.1378	0.0118	(0.1146, 0.1610)	0.1727	0.00167	(0.16943, 0.17597)
	$\bar{E}(Y)$	3.9100			3.8226		
	$\bar{V}(Y)$	9.0722			9.6616		
	$\hat{\lambda}$	4.6004	0.2857	(4.0405, 5.160)	5.3501	0.2754	(4.8104, 5.8898)
ZIP(φ_0, λ)	$\hat{\varphi}_0$	0.1607	0.0122	(0.1367, 0.1847)	0.2855	0.0167	(0.2527, 0.3183)
	$\bar{E}(Y)$	3.8613			3.8226		
	$\bar{V}(Y)$	6.7154			9.6616		
REIP(φ_1, λ)	$\hat{\lambda}$	4.3380	0.0793	(4.1826, 4.4934)	6.0474	0.1030	(5.8456, 6.2492)
	$\hat{\varphi}_1$	0.1037	0.0126	(0.0789, 0.1287)	0.4408	0.0173	(0.4069, 0.4747)
	$\bar{E}(Y)$	3.9919			3.8225		
PD(λ)	$\bar{V}(Y)$	4.9238			9.6616		
	$\hat{\lambda}$	3.8225	0.06316	(3.6987, 3.9463)	3.8225	0.0632	(3.6987, 3.9463)
	$\bar{E}(Y)$	3.8225			3.8225		
	$\bar{V}(Y)$	3.8225			3.8225		

The estimated variance of the random variable $Y \sim EIP(\varphi_0, \varphi_1, \lambda)$, $\bar{V}(Y)$ reflect the variation of the data, which has more frequencies for some observations [namely zero counts and one counts] than other models.

Validation of the Models to the Data Set

The results of χ^2 , - log-likelihood, AIC and BIC are summarized in Table 3.

Table 3: Validation of the Models to the Data Set of the Number of Infected Cases with Covid-19 in 34 Countries in the Continent of Africa from 3/21/2020 to 12/10/2020.

	Expected frequencies							
	MLE				ME			
	EIP($\varphi_0, \varphi_1, \lambda$)	ZIP(φ_0, λ)	REIP(φ_1, λ)	PD(λ)	EIP($\varphi_0, \varphi_1, \lambda$)	ZIP(φ_0, λ)	REIP(φ_1, λ)	PD(λ)
χ^2	3	146	973	1547	13	288	5885	1933
df	7	8	8	9	7	8	8	9
p-value	0.88500	<0.00001	<0.00001	<0.00001	0.072108	<0.00001	<0.00001	<0.00001
-Log-Likelihood	2298.87	2427.21	2649.07	2678.26	2307.65	2512.53	3090.59	2678.26
AIC	4603.75	4858.42	5302.14	5358.51	4621.30	5029.07	6185.18	5358.51
BIC	4618.34	4868.15	5311.88	5363.38	4635.89	5038.80	6194.91	5363.38

It is noticed from Table 3 that the data contains the EIP($\varphi_0, \varphi_1, \lambda$) provides a better fit when compared with other models and can serve as an alternative model to the existing models.

7.2 The Number of Weekly Worked Days in Egypt Data.

An application using a sample of 18837 individuals in working ages (16-60 years) from 7526 family of the household income, expenditure and consumption survey (HIECS) carried out in Egypt at 2012- 2013 is conducted. The data set is obtained from the Central Agency for Public Mobilization and Statistics. Egypt, Arab Rep. 2012-2013. The

sample contains the number of days worked by 18837 individuals in the last week before the survey. The data set contains 8899 zeros and contains 4170 six; i.e. the data set contains non-negligible number of zeros (left-endpoint) and six (right-endpoint). The bar chart and the normal Q-Q plot of the number of days worked by 18837 individuals of 7526 family in Egypt in 2012 - 2013 is presented in Figures 4 and 5. It is noticed that the data contains inflation at two points 0 and 6.

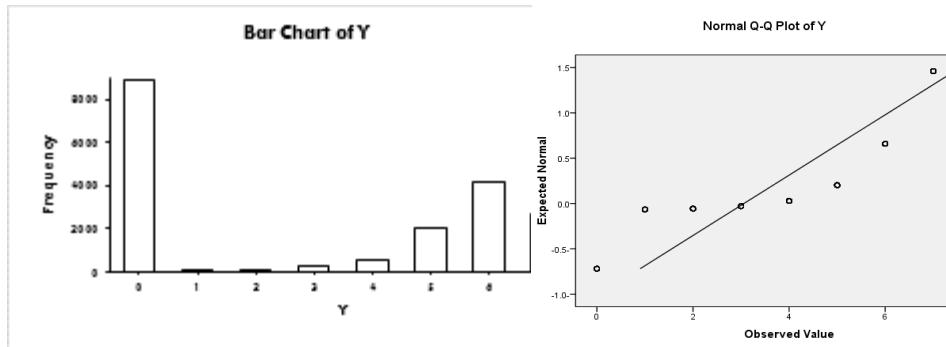


Figure 4: The Number of Days Worked by 18837 Individuals of 7526 Family in Egypt in 2012 – 2013

Figure 5: The normal Q-Q plot of the Number of Days Worked by 18837 Individuals of 7526 Family in Egypt in 2012 – 2013

The observed and fitted frequency distributions based on the MLE and ME of the EIP($\varphi_0, \varphi_1, \lambda$) and its sub-models are presented in Table 4.

Table 4: Observed and Fitted Frequency Distributions of the Number of Days Worked by 18837 Individuals of 7526 Family in Egypt in 2012 - 2013.

Observed Frequency		Count of days worked by an individual						
		0	1	2	3	4	5	6
MLE	EIP($\varphi_0, \varphi_1, \lambda$)	8899	54	89	307	562	2039	4170
	ZIP(φ_0, λ)	8899	54	89	308	563	2037	4170
	REIP(φ_1, λ)	3269	54	89	307	562	1487	4134
	PD(λ)	906	2658	4100	4215	3251	2005	1031
ME	EIP($\varphi_0, \varphi_1, \lambda$)	8896	52	87	308	563	2039	4173
	ZIP(φ_0, λ)	8899	54	89	307	562	2039	4170
	PD(λ)	906	2658	4100	4215	3251	2005	1031
								454

Point estimates with the corresponding standard errors and confidence intervals for the parameters of EIP($\varphi_0, \varphi_1, \lambda$) and its sub-models using the data set of the number of days worked by 18837 individuals of 7526 family in Egypt in 2012 – 2013, are summarized in Table 5.

Table 5: The Parameters Estimates and the Corresponding Standard Errors for the Models Using the Data Set of the Number of Days Worked By 18837 Individuals of 7526 Family in Egypt in 2012 – 2013

	MLE			ME		
	Point	Std. Error	Interval	Point	Std. Error	Interval
EIP($\varphi_0, \varphi_1, \lambda$)	$\hat{\lambda}$ 0.5645	0.0237	(5.6081, 5.7008)	5.0582	0.0487	(4.9627, 5.15365)
	$\hat{\varphi}_o$ 0.4711	0.0032	(0.4691, 0.4773)	0.4736	0.2399	(0.00340, 0.94380)
	$\hat{\varphi}_1$ 0.1632	0.0025	(0.1583, 0.1681)	0.4213	0.0142	(0.39347, 0.44913)
	$\bar{E}(Y)$ 3.0468			3.0597		
ZIP(φ_0, λ)	$\bar{V}(Y)$ 10.3508			9.0274		
	$\hat{\lambda}$ 5.7995	0.0243	(5.7519, 5.8470)	5.0101	0.0212	(4.9685, 5.0517)
	$\hat{\varphi}_o$ 0.47082	0.0032	(0.4646, 0.4770)	0.3893	0.0032	(0.3831, 0.3955)
	$\bar{E}(Y)$ 3.0690			3.0597		
REIP(φ_1, λ)	$\bar{V}(Y)$ 11.4487			9.0274		
	$\hat{\lambda}$ 2.2237	0.0126	(2.1989, 2.2485)	1.0077	0.00547	(0.9970, 1.0184)
	$\hat{\varphi}_1$ 0.2049	0.0031	(0.1989, 0.2109)	0.5110	0.00316	(0.5048, 0.5172)
	$\bar{E}(Y)$ 2.9975			3.5588		
PD(λ)	$\bar{V}(Y)$ 4.0914			6.7203		
	$\hat{\lambda}$ 3.0597	0.1275	(3.0347, 3.0846)	3.0597	0.1275	(3.0347, 3.0846)
	$\bar{E}(Y)$ 3.0597			3.0597		
	$\bar{V}(Y)$ 3.0597			3.0597		

The estimated variance of the random variable $Y \sim EIP(\varphi_0, \varphi_1, \lambda)$ reflect the variation of the data, which has more frequencies for some observations [namely zero counts and six counts] than other models. The estimated variance of the random variable $Y \sim ZIP(\varphi_0, \lambda)$ reflect the variation of the data which has more frequencies for zero counts than the other models.

Validation of the Models to the Data Set

The results of χ^2 , - log-likelihood, AIC and BIC are summarized in Table 6.

Table 6: Validation of the Models to the Data Set of the Number of Days Worked by 18837 Individuals of 7526 Family in Egypt in 2012 – 2013.

	Expected frequencies				MLE			
	EIP($\varphi_0, \varphi_1, \lambda$)		ZIP(φ_0, λ)	REIP(φ_1, λ)	PD(λ)	EIP($\varphi_0, \varphi_1, \lambda$)	ZIP(φ_0, λ)	PD(λ)
	χ^2	df				χ^2	df	
χ^2	0.08645	0.01021	46462	103678	0.18342	0.00295	103678	
df	4	5	5	6	4	5	6	
p-value	0.9991	0.9999	< 0.00001	< 0.00001	0.9960	1	< 0.00001	
-Log-Likelihood	30198.60	32082.10	51561.40	55939.20	34715.20	32875.60	55939.20	
AIC	64043.14	64168.23	103126.80	111880.50	69436.43	65755.17	111880.50	
BIC	60426.67	64183.92	103142.50	111888.30	69459.96	65770.85	111888.30	

It noticed from Table 6 that EIP($\varphi_0, \varphi_1, \lambda$) provides a better fit when compare with other models and can serve as an alternative model to the existing models. The ZIP(φ_0, λ) provides a better fit when the counts have an upper bound.

8. Conclusions

- Estimation of the parameters of EIP($\varphi_0, \varphi_1, \lambda$) and its sub-models by the method of maximum likelihood estimators and moment estimators is considered.
- The method of maximum likelihood estimators is shown to have better estimates on the two real data sets. The EIP($\varphi_0, \varphi_1, \lambda$) is shown to have a better fitting for the frequencies of the real data sets than the existing models.

- The EIP($\varphi_0, \varphi_1, \lambda$) can be used for molding count data with both excessive zeros and excessive right-endpoint compared with other observations of the data that cannot be explained by models based on standard distributional assumptions as well as extra variation.
- The PD(λ) cannot deal with the proportion for incorporating extra zeros, φ_0 and extra right-endpoint, φ_1 , while ZIP(φ_0, λ) and REIP(φ_1, λ) deal only with the proportion for incorporating extra zeros φ_0 , or extra right-endpoint φ_1 , respectively, which is greater than expected for the PD(λ), so, ZIP(φ_0, λ) and REIP(φ_1, λ) may give better estimates for molding count data with only an upper bound.

APPENDIX

APPENDIX A

The elements of the Hessian matrix of the ML estimators of the EIP($\varphi_0, \varphi_1, \lambda$), are obtained by taking the second derivatives of the natural logarithm of the likelihood function, $\ell(\underline{\theta})$ in (14) with respect to the unknown parameters, $\underline{\theta} = (\varphi_0, \varphi_1, \lambda)$,

The elements of the Hessian matrix of the ML estimators of the EIP($\varphi_0, \varphi_1, \lambda$), are obtained by taking the second derivatives of the natural logarithm of the likelihood function, $\ell(\underline{\theta})$ in (14) with respect to the unknown parameters, $\underline{\theta} = (\varphi_0, \varphi_1, \lambda)$,

The partial derivative of (15) with respect to φ_0 is given by:

$$J_{\varphi_0 \varphi_0} = \frac{\partial^2 \ell(\underline{\theta})}{\partial \varphi_0^2} = \frac{-(1 - e^{-\lambda})^2}{(\varphi_0 + \varphi_2 e^{-\lambda})^2} I_0 - \frac{\left(\frac{e^{-\lambda} \lambda^m}{m!}\right)^2}{\left(\varphi_1 + \varphi_2 \frac{e^{-\lambda} \lambda^m}{m!}\right)^2} I_1 - \frac{1}{\varphi_2^2} I_2. \quad (\text{A.1})$$

The partial derivative of (16) with respect to φ_1 is given by:

$$J_{\varphi_1 \varphi_1} = \frac{\partial^2 \ell(\underline{\theta})}{\partial \varphi_1^2} = -\frac{e^{-2\lambda}}{(\varphi_0 + \varphi_2 e^{-\lambda})^2} I_0 - \frac{\left(1 - \frac{e^{-\lambda} \lambda^m}{m!}\right)^2}{\left(\varphi_1 + \varphi_2 \frac{e^{-\lambda} \lambda^m}{m!}\right)^2} I_1 - \frac{1}{\varphi_2^2} I_2. \quad (\text{A.2})$$

The partial derivative of (17) with respect to λ is given by:

$$\begin{aligned} J_{\lambda \lambda} &= \frac{\partial^2 \ell(\underline{\theta})}{\partial \lambda^2} = \frac{\varphi_0 \varphi_2 e^{-\lambda}}{(\varphi_0 + \varphi_2 e^{-\lambda})^2} I_0 \\ &= \frac{\varphi_2 \left(\varphi_1 e^{-\lambda} m \frac{\lambda^{m-2}}{(m-1)!} - \varphi_2 e^{-2\lambda} m \frac{\lambda^{2m-2}}{m!^2} - 2\varphi_1 e^{-\lambda} \frac{\lambda^{m-1}}{(m-1)!} - \varphi_1 e^{-\lambda} \frac{\lambda^{m-2}}{(m-1)!} + \varphi_1 e^{-\lambda} \frac{\lambda^m}{m!} \right)}{\left(\varphi_1 + \varphi_2 \frac{e^{-\lambda} \lambda^m}{m!}\right)^2} I_1 - \frac{n\bar{y}}{\lambda^2} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

The partial derivative of (15) with respect to φ_1 is equal to the partial derivative of (16) with respect to φ_0 and is given by

$$J_{\varphi_0 \varphi_1} = J_{\varphi_1 \varphi_0} = \frac{\partial^2 \ell(\underline{\theta})}{\partial \varphi_0 \partial \varphi_1} = \frac{\partial^2 \ell(\underline{\theta})}{\partial \varphi_1 \partial \varphi_0} = \frac{e^{-\lambda}(1 - e^{-\lambda})}{(\varphi_0 + \varphi_2 e^{-\lambda})^2} I_0 + \frac{\frac{e^{-\lambda} \lambda^m}{m!} \left(1 - \frac{e^{-\lambda} \lambda^m}{m!}\right)}{\left(\varphi_1 + \varphi_2 \frac{e^{-\lambda} \lambda^m}{m!}\right)^2} I_1 - \frac{1}{\varphi_2^2} I_2. \quad (\text{A.4})$$

The partial derivative of (15) with respect to λ is equal to the partial derivative of (17) with respect to φ_o and is given by

$$J_{\varphi_o \lambda} = J_{\lambda \varphi_o} = \frac{\partial^2 \ell(\underline{\theta})}{\partial \varphi_o \partial \lambda} = \frac{\partial^2 \ell(\underline{\theta})}{\partial \lambda \partial \varphi_o} = \frac{e^{-\lambda}(1 - \varphi_1)}{(\varphi_o + \varphi_2 e^{-\lambda})^2} I_o - \frac{\varphi_1 e^{-\lambda} \left(\frac{\lambda^m}{m!} - \frac{\lambda^{m-1}}{(m-1)!} \right)}{\left(\varphi_1 + \varphi_2 \frac{e^{-\lambda} \lambda^m}{m!} \right)^2} I_1. \quad (\text{A.5})$$

The partial derivative of (16) with respect to λ is equal the partial derivative of (17) with respect to φ_1 and is given by

$$J_{\varphi_1 \lambda} = J_{\lambda \varphi_1} = \frac{\partial^2 \ell(\underline{\theta})}{\partial \varphi_1 \partial \lambda} = \frac{\partial^2 \ell(\underline{\theta})}{\partial \lambda \partial \varphi_1} = \frac{\varphi_o e^{-\lambda}}{(\varphi_o + \varphi_2 e^{-\lambda})^2} I_o + \frac{(1 - \varphi_o) e^{-\lambda} \left(\frac{\lambda^m}{m!} - \frac{\lambda^{m-1}}{(m-1)!} \right)}{\left(\varphi_1 + \varphi_2 \frac{e^{-\lambda} \lambda^m}{m!} \right)^2} I_1 \quad (\text{A.6})$$

APPENDIX B

The elements of the Fisher information matrix of the ML estimators of the EIP($\varphi_o, \varphi_1, \lambda$), are obtained by taking the negative expectation of the Hessian matrix as follows:

Note that:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(I_o) &= P(y = 0) = \varphi_o + \varphi_2 e^{-\lambda}, \\ \mathbb{E}(I_1) &= P(y = m) = \varphi_1 + \varphi_2 \frac{e^{-\lambda} \lambda^m}{m!}, \end{aligned}$$

and

$$\mathbb{E}(I_2) = \varphi_2 \frac{e^{-\lambda} \lambda^y}{y!}.$$

The expectation of (A.1) can be obtained as follows:

$$K_{\varphi_o \varphi_o} = -\mathbb{E}\left(\frac{\partial^2 \ell(\underline{\theta})}{\partial \varphi_o^2}\right) = \frac{(1 - e^{-\lambda})^2}{\varphi_o + \varphi_2 e^{-\lambda}} + \frac{\left(\frac{e^{-\lambda} \lambda^m}{m!}\right)^2}{\varphi_1 + \varphi_2 \frac{e^{-\lambda} \lambda^m}{m!}} + \frac{1}{\varphi_2} \sum_{y \neq 0, m} \left(\frac{e^{-\lambda} \lambda^y}{y!}\right). \quad (\text{B.1})$$

The expectation of (A.2) can be obtained as follows:

$$K_{\varphi_1 \varphi_1} = -\mathbb{E}\left(\frac{\partial^2 \ell(\underline{\theta})}{\partial \varphi_1^2}\right) = \frac{e^{-2\lambda}}{\varphi_o + \varphi_2 e^{-\lambda}} + \frac{\left(1 - \frac{e^{-\lambda} \lambda^m}{m!}\right)^2}{\varphi_1 + \varphi_2 \frac{e^{-\lambda} \lambda^m}{m!}} + \frac{1}{\varphi_2} \sum_{y \neq 0, m} \left(\frac{e^{-\lambda} \lambda^y}{y!}\right). \quad (\text{B.2})$$

The expectation of (A.3) can be obtained as follows:

$$\begin{aligned} K_{\lambda \lambda} &= -\mathbb{E}\left(\frac{\partial^2 \ell(\underline{\theta})}{\partial \lambda^2}\right) = \frac{-\varphi_o \varphi_2 e^{-\lambda}}{\varphi_o + \varphi_2 e^{-\lambda}} \\ &- \frac{\varphi_2 \left(\varphi_1 e^{-\lambda} m \frac{\lambda^{m-2}}{(m-1)!} - \varphi_2 e^{-2\lambda} m \frac{\lambda^{2m-2}}{m!^2} - 2\varphi_1 e^{-\lambda} \frac{\lambda^{m-1}}{(m-1)!} - \varphi_1 e^{-\lambda} \frac{\lambda^{m-2}}{(m-1)!} + \varphi_1 e^{-\lambda} \frac{\lambda^m}{m!} \right)}{\varphi_1 + \varphi_2 \frac{e^{-\lambda} \lambda^m}{m!}} + \frac{n\bar{y}}{\lambda^2} \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

The expectation of (A.4) can be obtained as follows:

$$\begin{aligned} K_{\varphi_o \varphi_1} &= K_{\varphi_1 \varphi_o} = -\mathbb{E}\left(\frac{\partial^2 \ell(\underline{\theta})}{\partial \varphi_o \partial \varphi_1}\right) = -\mathbb{E}\left(\frac{\partial^2 \ell(\underline{\theta})}{\partial \varphi_1 \partial \varphi_o}\right) \\ &= -\frac{e^{-\lambda}(1 - e^{-\lambda})}{\varphi_o + \varphi_2 e^{-\lambda}} - \frac{\frac{e^{-\lambda} \lambda^m}{m!} \left(1 - \frac{e^{-\lambda} \lambda^m}{m!}\right)}{\varphi_1 + \varphi_2 \frac{e^{-\lambda} \lambda^m}{m!}} + \frac{1}{\varphi_2} \sum_{y \neq 0, m} \left(\frac{e^{-\lambda} \lambda^y}{y!}\right). \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

The expectation of (A.5) can be obtained as follows:

$$\begin{aligned} K_{\varphi_o \lambda} = K_{\lambda \varphi_0} &= -\mathbb{E}\left(\frac{\partial^2 \ell(\underline{\theta})}{\partial \varphi_0 \partial \lambda}\right) = -\mathbb{E}\left(\frac{\partial^2 \ell(\underline{\theta})}{\partial \lambda \partial \varphi_0}\right) \\ &= \frac{-e^{-\lambda}(1-\varphi_1)}{\varphi_0 + \varphi_2 e^{-\lambda}} + \frac{\varphi_1 e^{-\lambda} \left(\frac{\lambda^m}{m!} - \frac{\lambda^{m-1}}{(m-1)!}\right)}{\varphi_1 + \varphi_2 \frac{e^{-\lambda} \lambda^m}{m!}}. \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

The expectation of (A.6) can be obtained as follows:

$$K_{\varphi_1 \lambda} = K_{\lambda \varphi_1} = -\mathbb{E}\left(\frac{\partial^2 \ell(\underline{\theta})}{\partial \varphi_1 \partial \lambda}\right) = -\mathbb{E}\left(\frac{\partial^2 \ell(\underline{\theta})}{\partial \lambda \partial \varphi_1}\right) = \frac{-\varphi_0 e^{-\lambda}}{\varphi_0 + \varphi_2 e^{-\lambda}} - \frac{(1-\varphi_0)e^{-\lambda} \left(\frac{\lambda^m}{m!} - \frac{\lambda^{m-1}}{(m-1)!}\right)}{\varphi_1 + \varphi_2 \frac{e^{-\lambda} \lambda^m}{m!}}. \quad (\text{B.6})$$

APPENDIX C

The elements of $|K(\underline{\theta})|$ in (30), which is the determinant of the Fisher information matrix $K(\underline{\theta})$, can be obtained as follows:

$$\begin{aligned} |K(\underline{\theta})| &= \begin{vmatrix} K_{\varphi_o \varphi_o} & K_{\varphi_o \varphi_1} & K_{\varphi_o \lambda} \\ K_{\varphi_1 \varphi_o} & K_{\varphi_1 \varphi_1} & K_{\varphi_1 \lambda} \\ K_{\lambda \varphi_0} & K_{\lambda \varphi_1} & K_{\lambda \lambda} \end{vmatrix} \\ &= K_{\varphi_o \varphi_o} [K_{\varphi_1 \varphi_1} K_{\lambda \lambda} - K_{\varphi_1 \lambda} K_{\lambda \varphi_1}] - K_{\varphi_o \varphi_1} [K_{\varphi_1 \varphi_0} K_{\lambda \lambda} - K_{\varphi_1 \lambda} K_{\lambda \varphi_0}] \\ &\quad + K_{\varphi_o \lambda} [K_{\varphi_1 \varphi_0} K_{\lambda \varphi_1} - K_{\varphi_1 \varphi_1} K_{\lambda \varphi_0}], \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

The elements of $\text{adj } K(\underline{\theta})$ in (31), which is the adjoint of the Fisher information matrix $K(\underline{\theta})$, can be obtained as follows:

$$\begin{aligned} \text{cof } K(\underline{\theta}) &= \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} K_{\varphi_1 \varphi_1} & K_{\varphi_1 \lambda} \\ K_{\lambda \varphi_1} & K_{\lambda \lambda} \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} K_{\varphi_1 \varphi_0} & K_{\varphi_1 \lambda} \\ K_{\lambda \varphi_0} & K_{\lambda \lambda} \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} K_{\varphi_1 \varphi_0} & K_{\varphi_1 \varphi_1} \\ K_{\lambda \varphi_0} & K_{\lambda \varphi_1} \end{vmatrix} \\ - \begin{vmatrix} K_{\varphi_o \varphi_1} & K_{\varphi_o \lambda} \\ K_{\lambda \varphi_1} & K_{\lambda \lambda} \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} K_{\varphi_o \varphi_0} & K_{\varphi_o \lambda} \\ K_{\lambda \varphi_0} & K_{\lambda \lambda} \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} K_{\varphi_o \varphi_0} & K_{\varphi_o \varphi_1} \\ K_{\lambda \varphi_0} & K_{\lambda \varphi_1} \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} K_{\varphi_o \varphi_1} & K_{\varphi_o \lambda} \\ K_{\varphi_1 \varphi_1} & K_{\varphi_1 \lambda} \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} K_{\varphi_o \varphi_0} & K_{\varphi_o \lambda} \\ K_{\varphi_1 \varphi_0} & K_{\varphi_1 \lambda} \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} K_{\varphi_o \varphi_0} & K_{\varphi_o \varphi_1} \\ K_{\varphi_1 \varphi_0} & K_{\varphi_1 \varphi_1} \end{vmatrix} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} K_{\varphi_1 \varphi_1} K_{\lambda \lambda} - K_{\varphi_1 \lambda} K_{\lambda \varphi_1} & -(K_{\varphi_1 \varphi_0} K_{\lambda \lambda} - K_{\varphi_1 \lambda} K_{\lambda \varphi_0}) & K_{\varphi_1 \varphi_0} K_{\lambda \varphi_1} - K_{\varphi_1 \varphi_1} K_{\lambda \varphi_0} \\ -(K_{\varphi_o \varphi_1} K_{\lambda \lambda} - K_{\varphi_o \lambda} K_{\lambda \varphi_1}) & K_{\varphi_o \varphi_0} K_{\lambda \lambda} - K_{\varphi_o \lambda} K_{\lambda \varphi_0} & -(K_{\varphi_o \varphi_0} K_{\lambda \varphi_1} - K_{\varphi_o \varphi_1} K_{\lambda \varphi_0}) \\ K_{\varphi_o \varphi_1} K_{\varphi_1 \lambda} - K_{\varphi_o \lambda} K_{\varphi_1 \varphi_1} & -(K_{\varphi_o \varphi_0} K_{\varphi_1 \lambda} - K_{\varphi_o \lambda} K_{\varphi_1 \varphi_0}) & K_{\varphi_o \varphi_0} K_{\varphi_1 \varphi_1} - K_{\varphi_o \varphi_1} K_{\varphi_1 \varphi_0} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

The transpose of (C.2) can be obtained as follows:

$$\begin{aligned} \text{adj } K(\underline{\theta}) &= \\ &\begin{pmatrix} K_{\varphi_1 \varphi_1} K_{\lambda \lambda} - K_{\varphi_1 \lambda} K_{\lambda \varphi_1} & -(K_{\varphi_o \varphi_1} K_{\lambda \lambda} - K_{\varphi_o \lambda} K_{\lambda \varphi_1}) & K_{\varphi_o \varphi_1} K_{\varphi_1 \lambda} - K_{\varphi_o \lambda} K_{\varphi_1 \varphi_1} \\ -(K_{\varphi_1 \varphi_0} K_{\lambda \lambda} - K_{\varphi_1 \lambda} K_{\lambda \varphi_0}) & K_{\varphi_o \varphi_0} K_{\lambda \lambda} - K_{\varphi_o \lambda} K_{\lambda \varphi_0} & -(K_{\varphi_o \varphi_0} K_{\varphi_1 \lambda} - K_{\varphi_o \lambda} K_{\varphi_1 \varphi_0}) \\ K_{\varphi_1 \varphi_0} K_{\lambda \varphi_1} - K_{\varphi_1 \varphi_1} K_{\lambda \varphi_0} & -(K_{\varphi_o \varphi_0} K_{\lambda \varphi_1} - K_{\varphi_o \varphi_1} K_{\lambda \varphi_0}) & K_{\varphi_o \varphi_0} K_{\varphi_1 \varphi_1} - K_{\varphi_o \varphi_1} K_{\varphi_1 \varphi_0} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

By substituting (C.1) and (C.3) in (32), the elements of the variance-covariance matrix can be obtained as follows:

$$K^{\varphi_o \varphi_o} =$$

$$\frac{K_{\varphi_1 \varphi_1} K_{\lambda \lambda} - K_{\varphi_1 \lambda} K_{\lambda \varphi_1}}{K_{\varphi_o \varphi_0} [K_{\varphi_1 \varphi_1} K_{\lambda \lambda} - K_{\varphi_1 \lambda} K_{\lambda \varphi_1}] - K_{\varphi_o \varphi_1} [K_{\varphi_1 \varphi_0} K_{\lambda \lambda} - K_{\varphi_1 \lambda} K_{\lambda \varphi_0}] + K_{\varphi_o \lambda} [K_{\varphi_1 \varphi_0} K_{\lambda \varphi_1} - K_{\varphi_1 \varphi_1} K_{\lambda \varphi_0}]}'$$

$$K^{\varphi_1 \varphi_1} =$$

$$\begin{aligned}
& \frac{K_{\varphi_0\varphi_0} K_{\lambda\lambda} - K_{\varphi_0\lambda} K_{\lambda\varphi_0}}{K_{\varphi_0\varphi_0} [K_{\varphi_1\varphi_1} K_{\lambda\lambda} - K_{\varphi_1\lambda} K_{\lambda\varphi_1}] - K_{\varphi_0\varphi_1} [K_{\varphi_1\varphi_0} K_{\lambda\lambda} - K_{\varphi_1\lambda} K_{\lambda\varphi_0}] + K_{\varphi_0\lambda} [K_{\varphi_1\varphi_0} K_{\lambda\varphi_1} - K_{\varphi_1\varphi_1} K_{\lambda\varphi_0}]} \\
K^{\lambda\lambda} = & \\
& \frac{K_{\varphi_0\varphi_0} K_{\varphi_1\varphi_1} - K_{\varphi_0\varphi_1} K_{\varphi_1\varphi_0}}{K_{\varphi_0\varphi_0} [K_{\varphi_1\varphi_1} K_{\lambda\lambda} - K_{\varphi_1\lambda} K_{\lambda\varphi_1}] - K_{\varphi_0\varphi_1} [K_{\varphi_1\varphi_0} K_{\lambda\lambda} - K_{\varphi_1\lambda} K_{\lambda\varphi_0}] + K_{\varphi_0\lambda} [K_{\varphi_1\varphi_0} K_{\lambda\varphi_1} - K_{\varphi_1\varphi_1} K_{\lambda\varphi_0}]} \\
K^{\varphi_0\varphi_1} = K^{\varphi_1\varphi_0} = & \\
& \frac{-(K_{\varphi_0\varphi_1} K_{\lambda\lambda} - K_{\varphi_0\lambda} K_{\lambda\varphi_1})}{K_{\varphi_0\varphi_0} [K_{\varphi_1\varphi_1} K_{\lambda\lambda} - K_{\varphi_1\lambda} K_{\lambda\varphi_1}] - K_{\varphi_0\varphi_1} [K_{\varphi_1\varphi_0} K_{\lambda\lambda} - K_{\varphi_1\lambda} K_{\lambda\varphi_0}] + K_{\varphi_0\lambda} [K_{\varphi_1\varphi_0} K_{\lambda\varphi_1} - K_{\varphi_1\varphi_1} K_{\lambda\varphi_0}]} \\
K^{\varphi_0\lambda} = K^{\lambda\varphi_0} = & \\
& \frac{K_{\varphi_0\varphi_1} K_{\varphi_1\lambda} - K_{\varphi_0\lambda} K_{\varphi_1\varphi_1}}{K_{\varphi_0\varphi_0} [K_{\varphi_1\varphi_1} K_{\lambda\lambda} - K_{\varphi_1\lambda} K_{\lambda\varphi_1}] - K_{\varphi_0\varphi_1} [K_{\varphi_1\varphi_0} K_{\lambda\lambda} - K_{\varphi_1\lambda} K_{\lambda\varphi_0}] + K_{\varphi_0\lambda} [K_{\varphi_1\varphi_0} K_{\lambda\varphi_1} - K_{\varphi_1\varphi_1} K_{\lambda\varphi_0}]} \\
K^{\varphi_1\lambda} = K^{\lambda\varphi_1} = & \\
& \frac{-(K_{\varphi_0\varphi_0} K_{\varphi_1\lambda} - K_{\varphi_0\lambda} K_{\varphi_1\varphi_0})}{K_{\varphi_0\varphi_0} [K_{\varphi_1\varphi_1} K_{\lambda\lambda} - K_{\varphi_1\lambda} K_{\lambda\varphi_1}] - K_{\varphi_0\varphi_1} [K_{\varphi_1\varphi_0} K_{\lambda\lambda} - K_{\varphi_1\lambda} K_{\lambda\varphi_0}] + K_{\varphi_0\lambda} [K_{\varphi_1\varphi_0} K_{\lambda\varphi_1} - K_{\varphi_1\varphi_1} K_{\lambda\varphi_0}]}
\end{aligned}$$

References

- Alshkaki R.S.A. (2016).** A Characterization of the Zero-One Inflated Binomial Distribution. *Journal of Research in Applied Mathematics*, 2(12), 4-7.
- Alshkaki R.S.A. (2016).** A Characterization of the Zero-One Inflated Logarithmic Series Distribution. *International Journal of Scientific Research in Mathematical and Statistical Sciences*, 3(4), 1-3.
- Alshkaki R.S.A. (2016). An Extension to the Zero-Inflated Generalized Power Series Distributions. *International Journal of Mathematics and Statistics Invention*, 4(9), 45-48.
- Alshkaki, R. S. A. (2016).** On the Zero-One Inflated Poisson Distribution. *International Journal of Statistical Distributions and Application*, 2(4), 42-48.
- Alshkaki, R. S. A. (2019).** A Combined Estimation Method to Estimate the Parameters of the Zero-One Inflated Negative Binomial Distributions. *International Journal of Statistics and Applications*, 9(5), 134-142.
- Diallo, A., Diop, A. and Dupuy, J. (2019).** Estimation in Zero Inflated Binomial Regression with Missing Covariates. *Behavioural Science and Public Health Titles*, 53 (4), 839-865.
- Diop, A. and Dupuy, J. F. (2014).** Simulation-Based Inference in A Zero-Inflated Bernoulli Regression Model. *Communications in Statistics - Simulation and Computation*, 45(10), 3597 - 3614.
- Edwin T. (2014).** Power Series Distributions and Zero Inflated Models. Doctorate Thesis. University of Nairobi.
- Fitriani, R., Chrisdiana, L. N. and Efendi, A. (2019).** Simulation on the Zero Inflated Negative Binomial to Model Over Dispersed, Poisson Distributed Data, *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 546 (5).
- Lambert, D. (1992).** Zero Inflated Poisson Regression, with Application to Defects in Manufacturing. *Technometrics*, 34 (1), 1-14.
- Liu, W. C., Tang. Y. C. and Xu, A. C. (2018).** A Zero-and-One Inflated Poisson Model and its Application. *Statistics and Its Interface*, 11, 339–351.

- Mullahy, J. (1986).** Specification and Testing of Some Modified Count Data Models. *Journal of Econometrics*, 33, 341-365.
- Ridout, J., Hinde, J. and Demetrio, G. B. (2001).** A Score Test for Testing A Zero Inflated Poisson Regression Model Against Zero-Inflated Negative Binomial Alternatives. *Biometrics* 57 (1), 219–223.
- Tang YC, Liu WC, Xu AC (2017).** Statistical inference for zero-and-one-inflated Poisson models. *Statistical Theory and Related Fields*, 1, 216–226.
- Tian, G., Ma, H. Zhou, Y. and Denge D. (2015).** Generalized Endpoint-Inflated Binomial Model. *Computational Statistics & Data Analysis*. 89, 97-114.
- Tlhaloganyang, B.P. and Nokwane, S.L. (2019).** Structural Properties of Zero-One Inflated Negative-Binomial Crack Distribution. *Research Journal of Mathematical and Statistical Sciences*, 7(3), 1-12.
- Yincai, L., Xu, T. A. (2018).** Zero-and-One Inflated Poisson Regression Model. *Statistics and its Interface*, 11(2), 339-351.
- Zhang, C., Tian G-L., Ng K-W (2016).** Properties of the Zero-and-One Inflated Poisson Distribution and Likelihood-Based Inference Methods. *Statistics and Its Interface*, 9, 11–32.

The Topp -Leone Compound Pareto Type II-gamma (θ, α, β, c)
Distribution: Properties and Estimation

Nahed M. Helmy, Amel T. Alghnam, Rabab E. Abd EL- Kader
and Enas A. Youssef

Department of Statistics, Faculty of Commerce, AL-Azhar University
Girls' Branch, Egypt

تاريخ استلام البحث: 2022/11/27

تاريخ قبول البحوث: 2023/01/24

نشر البحث في العدد الثامن عشر: مارس / اذار 2023

2522-64X/519.5

رمز التصنيف ديوبي / النسخة الالكترونية (Online)

2519-948X/519.5

رمز التصنيف ديوبي / النسخة الورقية (Print)

The Topp -Leone Compound Pareto Type II-gamma (θ, α, β, c) Distribution: Properties and Estimation

Nahed M. Helmy, Amel T. Alghnam, Rabab E. Abd EL- Kader
and Enas A. Youssef

Department of Statistics, Faculty of Commerce, AL-Azhar University
Girls' Branch, Egypt

Abstract

This paper is concerned with the Topp-Leone compound Pareto Type II-gamma distribution [TL-CPIIG (θ, α, β, c)] with its mathematical forms of reliability function (rf), hazard rate function $h(x)$, reversed hazard function (rhf), cumulative hazard function $H_{TL}(x)$, the approximate mean and variance, mode, quantile, median and order statistics are obtained. The maximum likelihood method is used to estimate the parameters numerically. Simulation is used to represent the performance of the suggested distribution; empirical results of new model are applied by modeling two real data sets of this study.

Keywords: *Topp-Leone compound Pareto Type II-gamma distribution; reliability function; hazard rate function; reversed hazard function; cumulative hazard function; the approximate mean and variance; mode; quartile; median; order statistics; maximum likelihood estimation; Monte Carlo simulations.*

1. Introduction

This paper deals with a very important subject in nowadays, with numerous compounds or contagious phenomena, which can't be explained as simple events. Many authors studied the Topp-Leone (TL) distribution and its applications. The (TL) distribution is one of the continuous distributions that is attractive as a generator. This distribution was proposed by Topp and Leone (1955). It provides closed forms of the cumulative distribution function (cdf) and probability density function (pdf). According to the number of parameters, the estimation part for the TL distribution is not complicated. However, the TL distribution had not received much attention until Nadarajah and Kotz (2003) discovered it. In addition, they studied some properties of the TL distribution and provided its moments, central moments and characteristic function.

Recently, applying new generators for continuous distributions became more interesting. This methodology can improve the goodness of fit and determine tail properties and let the new distribution more flexible to model real data. These features have been established by the results of many generators such as beta distribution, generalized Kumaraswamy distribution, generalized beta distribution and the exponentiated family of distributions [See Eugene *et al.* (2002), Jones (2004), Cordeiro and de Castro (2011), Alexander *et al.* (2012), AL-Hussaini and Ahsanullah (2015)].

On the other hand, compound distributions gained their importance from the fact that factors have compound effects, as in medical, biological and social experiments which make it very difficult to represent these phenomena by simple distributions. These generalized distributions give more flexibility by adding new parameter to the baseline model and they useful in obtaining general results that could be applied to special cases to obtain new results.

For the conditional distribution X of the Pareto distribution, given the parameters a and c , the pdf is given by:

$$f(x | a, c) = ac^a(x + c)^{-(a+1)}, \quad x > 0, \quad (a, c > 0) \quad (1)$$

where a has gamma distribution, with parameters α and β , and pdf is given by

$$f(a) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} a^{\alpha-1} e^{-\beta a}, \quad a > 0, \quad (\alpha, \beta > 0) \quad (2)$$

The cdf of the random variable X is given by

$$F(x) = 1 - \beta^\alpha \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{x+c} \right) \right)^{-\alpha}, \quad x \geq 0, \quad (\alpha, \beta, c \geq 0). \quad (3)$$

This is the cdf of the CPIIG(α, β, c) distribution.

The pdf of the compound distribution is given by

$$f(x) = \alpha \beta^\alpha (x + c)^{-1} \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{x+c} \right) \right)^{-(\alpha+1)}, \quad x \geq 0, \quad (\alpha, \beta, c \geq 0) \quad (4)$$

[See Youssef (2006)].

This paper organized as follows: In Section 2 Topp-Leone compound Pareto Type II-gamma distribution, reliability function (rf), hazard rate function $h(x)$, reversed hazard function (rhf) and cumulative hazard function $H_{TL}(x)$ are obtained. The approximate mean and variance, also some properties of the distribution are contained in Section 3. Some special cases of the distribution are obtained in Section 4. In Section 5 some related distributions are obtained. Estimation of the parameters of Topp-Leone compound Pareto Type II-gamma (θ, α, β, c) distribution using maximum likelihood method is obtained in Section 6. Finally, numerical study is introduced and concluding remarks are presented to illustrate the theoretical results derived for ML estimation in Section 7.

2. The Topp-Leone compound Pareto Type II-gamma (θ, α, β, c) distribution.

The Topp-Leone compound Pareto Type II-gamma distribution with parameters θ, α, β and c , which will be refer as $TL\text{-CPIIG}(\theta, \alpha, \beta, c)$, can be derived.

If a random variable X is distributed as the (TL) and bounded on $[0, 1]$. Let X be a continuous random variable with (cdf) $G(x)$. The (TLG) distribution has (cdf) written by

$$F_{TLG}(x) = (G(x))^\theta (2 - G(x))^\theta, \quad 0 < x < \infty, \quad \theta > 0 \quad (5)$$

By differentiating, the corresponding (pdf) is

$$f_{TLG}(x) = 2\theta g(x)(1 - G(x))(G(x))^{\theta-1} (2 - G(x))^{\theta-1}, \quad 0 < x < \infty, \quad \theta > 0 \quad (6)$$

Where $g(x) = \frac{dG(x)}{dx}$ and θ is a shape parameter.

By combining (3), (4) into (5), (6) hence the pdf and *cdf* of the TL-CPIIG (θ, α, β, c) are given, respectively, as follows:

$$F_{TL-CP}(x) = \left(1 - \beta^{2\alpha} \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{x+c} \right) \right)^{-2\alpha} \right)^\theta, \quad x \geq 0, \quad (\theta, \alpha, \beta, c \geq 0) \quad (7)$$

$$f_{TL-CP}(x) = 2\theta\alpha\beta^{2\alpha}(x+c)^{-1} \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{x+c} \right) \right)^{-(2\alpha+1)} \left(1 - \beta^{2\alpha} \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{x+c} \right) \right)^{-2\alpha} \right)^{\theta-1}, \quad x \geq 0, \\ (\theta, \alpha, \beta, c \geq 0), \quad (8)$$

Where (θ, α, β) are shape parameters and c is a scale parameter.

For real value of θ , using following series representation of Prudnikov *et al* (1986):

$$(1+x)^\theta = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(1)^j \Gamma(\theta+1)}{j! \Gamma(\theta+1-j)} x^j = \sum_{j=0}^{\infty} (1)^j \binom{\theta}{j} x^j, \quad [\text{See Abbas } \textit{et al} (2017)].$$

The *cdf* of TL-CPIIG (θ, α, β, c) distribution given in (7) is expressed as infinite sum given as follows

$$F_{TL-CP}(x) = \left(1 - \beta^{2\alpha} \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{x+c} \right) \right)^{-2\alpha} \right)^\theta = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-1)^j \Gamma(\theta+1)}{j! \Gamma(\theta+1-j)} \beta^{2\alpha j} \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{x+c} \right) \right)^{-2\alpha j} \quad (9)$$

A density function of (8) TL-CPIIG (θ, α, β, c) distribution can be written as follows:

$$f_{TL-CP}(x) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-1)^j 2\alpha\theta\Gamma(\theta)}{j! \Gamma(\theta-j)} \beta^{2\alpha(j+1)} (x+c)^{-1} \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{x+c} \right) \right)^{-2\alpha(j+1)-1} \quad (10)$$

The pdf of TL-CPIIG density function for $(\theta, \alpha, \beta, c)$ can represent in figure 1.

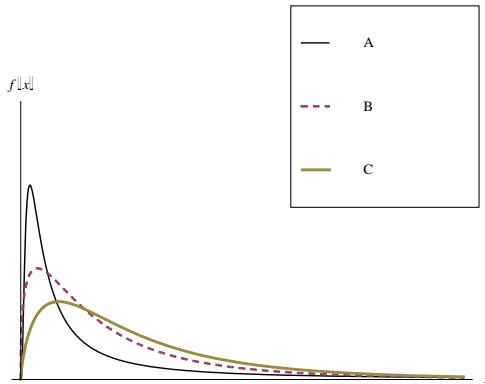


Figure 1: Probability density function for the TL-CPIIG distribution for different parameter values

- (A) $(\theta = 5, \alpha = 0.44, \beta = 0.11, c = 0.43)$
- (B) $(\theta = 1.37, \alpha = 4.5, \beta = 1.45, c = 4.43)$
- (C) $(\theta = 1.72, \alpha = 9, \beta = 2.4, c = 6.5)$

From Figure 1, it is noticed that the pdf curve is right skewed in (A, B). While, the pdf curve is oblate flat kurtosis in (C).

The (rf) of the TL-CPIIG $(\theta, \alpha, \beta, c)$ is given by:

$$R_{TL-CP}(x) = 1 - F_{TL-CP}(x) = 1 - \left(1 - \beta^{2\alpha} \left(\beta - \ln\left(\frac{c}{x+c}\right)\right)^{-2\alpha}\right)^{\theta}, x \geq 0, (\theta, \alpha, \beta, c \geq 0) \quad (11)$$

The (hrf) of the TL-CPIIG $(\theta, \alpha, \beta, c)$ is given by

$$\begin{aligned} h_{TL-CP}(x) &= \frac{f_{TL-CP}(x)}{1 - F_{TL-CP}(x)} \\ &= \frac{2\theta\alpha\beta^{2\alpha}(x+c)^{-1} \left(\beta - \ln\left(\frac{c}{x+c}\right)\right)^{-(2\alpha+1)} \left(1 - \beta^{2\alpha} \left(\beta - \ln\left(\frac{c}{x+c}\right)\right)^{-2\alpha}\right)^{\theta-1}}{1 - \left(1 - \beta^{2\alpha} \left(\beta - \ln\left(\frac{c}{x+c}\right)\right)^{-2\alpha}\right)^{\theta}}, \\ x &\geq 0, \quad (\theta, \alpha, \beta, c \geq 0) \end{aligned} \quad (12)$$

The (hrf) of the TL-CPIIG for different parameter values in presented in figure2

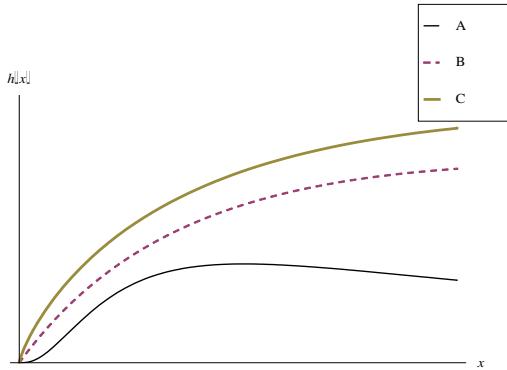


Figure 2: The hazard of the TL-CPIIG distribution for different parameter values

(A) ($\theta = 4, \alpha = 0.54, \beta = 0.8, c = 0.5$)

(B) ($\theta = 2, \alpha = 3, \beta = 1.6, c = 5$)

(C) ($\theta = 1.8, \alpha = 7.5, \beta = 2.6, c = 8$)

From Figure 2, it is notice that the (hrf) curve is monotonic increasing.

The (rhrf) of RT TL-CPIIG (θ, α, β, c) is given by:

- $r\text{h}_{\text{TL-CP}}(x) = \frac{f_{\text{TL-CP}}(x)}{F_{\text{TL-CP}}(x)} = \frac{2\theta\alpha\beta^{2\alpha}(x+c)^{-1}\left(\beta - \ln\left(\frac{c}{x+c}\right)\right)^{-(2\alpha+1)}}{\left(1 - \beta^{2\alpha}\left(\beta - \ln\left(\frac{c}{x+c}\right)\right)^{-2\alpha}\right)}, x \geq 0, \quad (\theta, \alpha, \beta, c \geq 0) \quad (13)$

The ($H_{\text{TL}}(x)$) of the TL-CPIIG (θ, α, β, c) is

- $H_{\text{TL-CP}}(x) = -\ln(1 - F_{\text{TL-CP}}(x)) = \ln\left(1 - \beta^{2\alpha}\left(\beta - \ln\left(\frac{c}{x+c}\right)\right)^{-2\alpha}\right)^{\theta}, \quad x \geq 0, \quad (\theta, \alpha, \beta, c \geq 0), \quad (14)$

3. Some Properties of the Distribution

In this section some important and useful statistical characteristics of the proposed distribution is derived.

• The approximate Mean and Variance:

The r^{th} moment about zero of the random variable x can be obtained as follows:

$$\begin{aligned} \mu'_r &= E(x^r) = \int_{-\infty}^{\infty} x^r f(x) dx \\ &= 2\theta\alpha\beta^{2\alpha} \int_0^{\infty} x^r (x+c)^{-1} \left(\beta - \ln\left(\frac{c}{x+c}\right)\right)^{-(2\alpha+1)} \left(1 - \beta^{2\alpha}\left(\beta - \ln\left(\frac{c}{x+c}\right)\right)^{-2\alpha}\right)^{\theta-1} dx \end{aligned} \quad (15)$$

It is difficult to find it in a closed form but the approximate mean and variance of the TL-CPIIG (θ, α, β, c) distribution can be obtained as follows:

If y is a random variable distributed as an exponential distribution with parameter θ [$Y \sim \text{Exp}(\theta)$] with $\mu = E(y) = \left(\frac{1}{\theta}\right)$ and $\sigma^2 = \text{Var}(y) = \frac{1}{\theta^2}$, then the variable $T = g(y) = c \left(e^{-\beta \left(1 - (1-e^{-y})^{-\frac{1}{2\alpha}} \right)} - 1 \right)$ \sim TL-CPIIG (θ, α, β, c). This relation will be used to find the approximate mean and variance of TL-CPIIG (θ, α, β, c). The approximate mean and variance of $g(y)$, based on the method of statistical differentials [See El-Sayad (1993)], are given by:

$$E(g(Y)) \cong g(\mu) + \frac{1}{2} \sigma^2 g''(\mu) \quad (15a)$$

and

$$\text{Var}(g(Y)) \cong \sigma^2 (g'(\mu))^2 \quad (15b)$$

The function of μ is given by:

$$g(\mu) = c \left(e^{-\beta \left(1 - (1-e^{-\mu})^{-\frac{1}{2\alpha}} \right)} - 1 \right) \quad (15c)$$

The first and second derivatives are given by:

$$g'(\mu) = -\frac{c\beta}{2\alpha} (1 - e^{-\mu})^{-\left(\frac{1}{2\alpha}+1\right)} e^{-\left(\mu+\beta\left(1-(1-e^{-\mu})^{-\frac{1}{2\alpha}}\right)\right)}, \quad (15d)$$

$$g''(\mu) = \frac{c\beta}{2\alpha} (1 - e^{-\mu})^{-\left(\frac{1}{2\alpha}+2\right)} e^{-\left(2\mu+\beta\left(1-(1-e^{-\mu})^{-\frac{1}{2\alpha}}\right)\right)} \left[e^\mu + \frac{1}{2\alpha} \left(1 - \beta(1 - e^{-\mu})^{-\frac{1}{2\alpha}} \right) \right] \quad (15e)$$

By substituting (15c) and (15e) in (15a) we obtain

$$E(g(Y)) \cong c \left(e^{-\beta \left(1 - (1-e^{-\mu})^{-\frac{1}{2\alpha}} \right)} - 1 \right) + \frac{c\beta}{4\alpha\theta^2} (1 - e^{-\mu})^{-\left(\frac{1}{2\alpha}+2\right)} e^{-\left(2\mu+\beta\left(1-(1-e^{-\mu})^{-\frac{1}{2\alpha}}\right)\right)} \times \left[e^\mu + \frac{1}{2\alpha} \left(1 - \beta(1 - e^{-\mu})^{-\frac{1}{2\alpha}} \right) \right] \quad (16)$$

and by substituting (15d) in (15b) we obtain

$$\text{Var}(g(Y)) \cong \frac{c^2\beta^2}{4\alpha^2\theta^2} (1 - e^{-\mu})^{-2\left(\frac{1}{2\alpha}+1\right)} e^{-2\left(\mu+\beta\left(1-(1-e^{-\mu})^{-\frac{1}{2\alpha}}\right)\right)} \quad (17)$$

• The mode:

The mode of the TL-CPIIG (θ, α, β, c) distribution (8) can be obtained by differentiating the pdf with respect to x and equating the resulting equation to zero as $\hat{f}_{\text{TL-CP}}(x) = 0$ as follows:

$$\begin{aligned}
\hat{f}_{TL-CP}(x) &= 2\theta\alpha\beta^{2\alpha} \left[2\alpha\beta^{2\alpha}(\theta - 1)(x+c)^{-2} \left(\beta - \ln\left(\frac{c}{x+c}\right) \right)^{-(4\alpha-2)} \left(1 - \beta^{2\alpha} \left(\beta - \ln\left(\frac{c}{x+c}\right) \right)^{-2\alpha} \right)^{\theta-2} \right. \\
&\quad - (2\alpha+1)(x+c)^{-2} \left(\beta - \ln\left(\frac{c}{x+c}\right) \right)^{-(2\alpha-2)} \left(1 - \beta^{2\alpha} \left(\beta - \ln\left(\frac{c}{x+c}\right) \right)^{-2\alpha} \right)^{\theta-1} \\
&\quad - \beta^{2\alpha} \left(\beta - \ln\left(\frac{c}{x+c}\right) \right)^{-2\alpha} \left. \left(1 - \beta^{2\alpha} \left(\beta - \ln\left(\frac{c}{x+c}\right) \right)^{-2\alpha} \right)^{\theta-1} \right] \\
&= 0 \\
\hat{f}_{TL-CP}(x) &= 2\theta\alpha\beta^{2\alpha}(x+c)^{-2} \left(\beta - \ln\left(\frac{c}{x+c}\right) \right)^{-(2\alpha-1)} \left(-\beta^{2\alpha} \left(\beta - \ln\left(\frac{c}{x+c}\right) \right)^{-2\alpha} \right)^{\theta-1} \\
\hat{F}_{TL-CP}(x) &= 2\alpha\beta^{2\alpha}(\theta-1) \left(\beta - \ln\left(\frac{c}{x+c}\right) \right)^{-(2\alpha-1)} \left(1 - \beta^{2\alpha} \left(\beta - \ln\left(\frac{c}{x+c}\right) \right)^{-2\alpha} \right)^{-1} \\
&\quad - (2\alpha+1) \left(\beta - \ln\left(\frac{c}{x+c}\right) \right) - 1 = 0 \tag{18}
\end{aligned}$$

It is difficult to find it in a closed form.

• Quantile:

The quantile of the TL-CPIIG (θ, α, β, c) distribution can be obtained by putting $F_{TL-CP}(x) = q$ to obtain the quantile as follows:

$$F_{TL-CP}(x) = \int_0^x f_{TL-CP}(x) dx = \left(1 - \beta^{2\alpha} \left(\beta - \ln\left(\frac{c}{x+c}\right) \right)^{-2\alpha} \right)^\theta = q$$

Which yields:

$$x_q = c \left(e^{-\beta \left(1 - \left(1 - q^{\frac{1}{\theta}} \right)^{-\frac{1}{2\alpha}} \right)} - 1 \right), \tag{19}$$

The median is obtained at $q = \frac{1}{2}$ as follows:

$$x_{\frac{1}{2}} = c \left(e^{-\beta \left(1 - \left(1 - 2^{-\frac{1}{\theta}} \right)^{-\frac{1}{2\alpha}} \right)} - 1 \right), \tag{20}$$

• Order statistics

Let X_1, X_2, \dots, X_n be i.i.d random variables from the TL-CPIIG (θ, α, β, c) distribution. Let Y_i denotes the i^{th} order statistic of $Y_{(1)}, Y_{(2)}, \dots, Y_{(n)}$.

It is well known that, from the pdf of the i^{th} order statistic y_i of a random sample of size n drawn from a population with pdf $f(y)$ and cdf $F(y)$ is given by

$$f_{Y(i)}(y) = i \binom{n}{i} f_Y(y) [F_Y(y)]^{i-1} [1 - F_Y(y)]^{n-i}, \quad (21)$$

By substituting $f(y)$, $F(y)$, given by (8) and (7) after replacing y by y_i we obtain

$$f_{Y(i)}(y) = i \binom{n}{i} 2\theta\alpha\beta^{2\alpha}(y+c)^{-1} \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{y+c} \right) \right)^{-(2\alpha+1)} \left(1 - \beta^{2\alpha} \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{y+c} \right) \right)^{-2\alpha} \right)^{\theta-1} \\ \times \left[\left(1 - \beta^{2\alpha} \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{y+c} \right) \right)^{-2\alpha} \right)^{\theta} \right]^{i-1} \left[1 - \left(1 - \beta^{2\alpha} \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{y+c} \right) \right)^{-2\alpha} \right)^{\theta} \right]^{n-i}, \quad 0 < y < \infty$$

$$f_{Y(i)}(y) = i \binom{n}{i} 2\theta\alpha\beta^{2\alpha}(y+c)^{-1} \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{y+c} \right) \right)^{-(2\alpha+1)} \left(1 - \beta^{2\alpha} \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{y+c} \right) \right)^{-2\alpha} \right)^{\theta i-1} \\ \times \left[1 - \left(1 - \beta^{2\alpha} \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{y+c} \right) \right)^{-2\alpha} \right)^{\theta} \right]^{n-i}, \quad 0 < y < \infty \quad (22)$$

Special cases:

(i) If in (22), $i=n$, we obtain the pdf of the last order statistic, $Y_{(n)} = \max_{1 \leq a \leq n} \{Y_{(j)}\}$, which is given by:

$$f_{Y(n)}(y) = 2n\theta\alpha\beta^{2\alpha}(y+c)^{-1} \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{y+c} \right) \right)^{-(2\alpha+1)} \left(1 - \beta^{2\alpha} \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{y+c} \right) \right)^{-2\alpha} \right)^{\theta n-1} \quad 0 < y < \infty, \quad (23)$$

If $i=1$ in (22), we obtain the pdf of the first order statistic, $Y_{(1)} = \min_{1 \leq a \leq n} \{Y_{(j)}\}$, which is given by:

$$f_{Y(1)}(y) = 2n\theta\alpha\beta^{2\alpha}(y+c)^{-1} \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{y+c} \right) \right)^{-(2\alpha+1)} \left(1 - \beta^{2\alpha} \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{y+c} \right) \right)^{-2\alpha} \right)^{\theta-1} \\ \times \left[1 - \left(1 - \beta^{2\alpha} \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{y+c} \right) \right)^{-2\alpha} \right)^{\theta} \right]^{n-1}, \quad 0 < y < \infty, \quad (24)$$

(ii) The joint density of $Y_{(i)}$ and $Y_{(j)}$ can be obtained by substituting (7) and (8) in the joint density function of $Y_{(i)}$ and $Y_{(j)}$ ($1 \leq i < j \leq n$) is given by:

$$f_{Y(i), Y(j)}(x, y) = \frac{n!}{(i-1)!(j-i-1)!(n-j)!} f(x) f(y) [F(x)]^{i-1} [1 - F(y)]^{n-j} [F(y) - F(x)]^{j-i-1}, \\ -\infty < x < y < \infty \quad (25)$$

[See Arnold, BalKrishnan and Nagaraja (1992)].

$$f_{Y(i), Y(j)}(x, y) = \frac{4n!}{(i-1)!(j-i-1)!(n-j)!} \theta^2 \alpha^2 \beta^{4\alpha} (x+c)^{-1} (y+c)^{-1} \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{x+c} \right) \right)^{-(2\alpha+1)}$$

$$\begin{aligned}
& \times \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{y+c} \right) \right)^{-(2\alpha+1)} \left(1 - \beta^{2\alpha} \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{x+c} \right) \right)^{-2\alpha} \right)^{\theta-1} \\
& \ln \left(\frac{c}{x+c} \right)^{-2\alpha} \left(1 - \beta^{2\alpha} \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{y+c} \right) \right)^{-2\alpha} \right)^{\theta-1} \\
& \times \left[\left(1 - \beta^{2\alpha} \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{x+c} \right) \right)^{-2\alpha} \right)^{\theta} \right]^{i-1} \left[1 - \left(1 - \beta^{2\alpha} \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{y+c} \right) \right)^{-2\alpha} \right)^{\theta} \right]^{n-j} \\
& \times \left[\left(1 - \beta^{2\alpha} \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{y+c} \right) \right)^{-2\alpha} \right)^{\theta} - \left(1 - \beta^{2\alpha} \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{x+c} \right) \right)^{-2\alpha} \right)^{\theta} \right]^{j-i-1} \\
& , \quad 0 < x < y < \infty
\end{aligned}$$

$$f_{Y_{(i)}, Y_{(j)}}(x, y) = \frac{4n!}{(i-1)!(j-i-1)!(n-j)!} \theta^2 \alpha^2 \beta^{4\alpha} (x+c)^{-1} (y+c)^{-1} (A(x))^{-(2\alpha+1)} (A(y))^{-(2\alpha+1)}$$

$$\times \left(1 - \beta^{2\alpha} (A(x))^{-2\alpha} \right)^{\theta-1} \left(1 - \beta^{2\alpha} (A(y))^{-2\alpha} \right)^{\theta-1} \left[\left(1 - \beta^{2\alpha} (A(x))^{-2\alpha} \right)^{\theta} \right]^{i-1}$$

$$\times \left[1 - \left(1 - \beta^{2\alpha} (A(y))^{-2\alpha} \right)^{\theta} \right]^{n-j} \left[\left(1 - \beta^{2\alpha} (A(y))^{-2\alpha} \right)^{\theta} - \left(1 - \beta^{2\alpha} (A(x))^{-2\alpha} \right)^{\theta} \right]^{j-i-1}, \quad 0 < x < y < \infty, \quad (26)$$

where

$$A(x) = \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{x+c} \right) \right) \quad \text{and} \quad A(y) = \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{y+c} \right) \right) \quad (27)$$

Then, when $i = 1, j = n$, we obtain, the joint pdf of $Y_{(1)}, Y_{(n)}$

$$\begin{aligned}
f_{Y_{(1)}, Y_{(n)}}(x, y) &= n(n-1) f(x) f(y) [F(y) - F(x)]^{n-2}, \quad 0 < x < y < \infty \\
&= 4n(n-1) \theta^2 \alpha^2 \beta^{4\alpha} (x+c)^{-1} (y+c)^{-1} (A(x))^{-(2\alpha+1)} (A(y))^{-(2\alpha+1)} \\
&\quad \times \left(1 - \beta^{2\alpha} (A(x))^{-2\alpha} \right)^{\theta-1} \left(1 - \beta^{2\alpha} (A(y))^{-2\alpha} \right)^{\theta-1} \\
&\quad \times \left[\left(1 - \beta^{2\alpha} (A(y))^{-2\alpha} \right)^{\theta} - \left(1 - \beta^{2\alpha} (A(x))^{-2\alpha} \right)^{\theta} \right]^{n-2}, \quad 0 < x < y < \infty. \quad (28)
\end{aligned}$$

4. Special cases of Topp-Leone compound Pareto Type II-gamma (θ, α, β, c) distribution

Some special cases of the distribution can be obtained by putting one or more of the parameters equal to specific values. The following are some of the special cases of the distribution.

- 1- For $\theta = 1$, we get the TL-CPIIG (θ, α, β, c) distribution with three parameters. Then, the pdf can be obtained as:

$$f_{\text{TL-CP}}(x) = 2\alpha \beta^{2\alpha} (x+c)^{-1} \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{x+c} \right) \right)^{-(2\alpha+1)}, \quad x \geq 0, \quad (\alpha, \beta, c \geq 0). \quad (29)$$

2- For $\alpha = 1$, we get,

$$f_{TL-CP}(x) = 2\theta\beta^2(x+c)^{-1} \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{x+c} \right) \right)^{-3} \left(1 - \beta^2 \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{x+c} \right) \right)^{-2} \right)^{\theta-1},$$

$x \geq 0, (\theta, \beta, c \geq 0)$. (30)

3- For $\beta = 1$, we get,

$$f_{TL-CP}(x) = 2\theta\alpha(x+c)^{-1} \left(1 - \ln \left(\frac{c}{x+c} \right) \right)^{-(2\alpha+1)} \left(1 - \left(1 - \ln \left(\frac{c}{x+c} \right) \right)^{-2\alpha} \right)^{\theta-1},$$

$x \geq 0, (\theta, \alpha, c \geq 0)$, (31)

4- For $c = 1$, we get,

$$f_{TL-CP}(x) = 2\theta\alpha\beta^{2\alpha}(x+1)^{-1} \left(\beta - \ln \left(\frac{1}{x+1} \right) \right)^{-(2\alpha+1)} \left(1 - \beta^{2\alpha} \left(\beta - \ln \left(\frac{1}{x+1} \right) \right)^{-2\alpha} \right)^{\theta-1},$$

$x \geq 0, (\theta, \alpha, \beta \geq 0)$, (32)

5- For $\theta = 1, \alpha = 1$

$$f_{TL-CP}(x) = 2\beta^2(x+c)^{-1} \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{x+c} \right) \right)^{-3}, \quad x \geq 0, \quad (\beta, c \geq 0), \quad (33)$$

6- For $\theta = 1, \beta = 1$

$$f_{TL-CP}(x) = 2\alpha(x+c)^{-1} \left(1 - \ln \left(\frac{c}{x+c} \right) \right)^{-(2\alpha+1)}, \quad x \geq 0, \quad (\alpha, c \geq 0), \quad (34)$$

7- For $\theta = 1, c = 1$

$$f_{TL-CP}(x) = 2\alpha\beta^{2\alpha}(x+1)^{-1} \left(\beta - \ln \left(\frac{1}{x+1} \right) \right)^{-(2\alpha+1)}, \quad x \geq 0, \quad (\alpha, \beta \geq 0), \quad (35)$$

8- For $\alpha = 1, \beta = 1$

$$f_{TL-CP}(x) = 2\theta(x+c)^{-1} \left(1 - \ln \left(\frac{c}{x+c} \right) \right)^{-3} \left(1 - \left(1 - \ln \left(\frac{c}{x+c} \right) \right)^{-2} \right)^{\theta-1}, \quad x \geq 0, \quad (\theta, c \geq 0), \quad (36)$$

9- For $\alpha = 1, c = 1$

$$f_{TL-CP}(x) = 2\theta\beta^2(x+1)^{-1} \left(\beta - \ln \left(\frac{1}{x+1} \right) \right)^{-3} \left(1 - \beta^2 \left(\beta - \ln \left(\frac{1}{x+1} \right) \right)^{-2} \right)^{\theta-1},$$

$x \geq 0, (\theta, \beta \geq 0)$, (37)

10- For $\beta = 1, c = 1$

$$f_{TL-CP}(x) = 2\theta\alpha(x+1)^{-1} \left(1 - \ln \left(\frac{1}{x+1} \right) \right)^{-(2\alpha+1)} \left(1 - \left(1 - \ln \left(\frac{1}{x+1} \right) \right)^{-2\alpha} \right)^{\theta-1},$$

$x \geq 0, (\theta, \alpha \geq 0)$, (38)

11- For $\theta = 1, \alpha = 1, \beta = 1$

$$f_{TL-CP}(x) = 2(x+c)^{-1} \left(1 - \ln \left(\frac{c}{x+c} \right) \right)^{-3}, \quad x \geq 0, \quad (c \geq 0), \quad (39)$$

12- For $\theta = 1, \alpha = 1, c = 1$

$$f_{TL-CP}(x) = 2\beta^2(x+1)^{-1} \left(\beta - \ln \left(\frac{1}{x+1} \right) \right)^{-3}, \quad x \geq 0, \quad (\beta \geq 0), \quad (40)$$

13- For $\alpha = 1, \beta = 1, c = 1$

$$f_{TL-CP}(x) = 2\theta(x+1)^{-1} \left(1 - \ln\left(\frac{1}{x+1}\right)\right)^{-3} \left(1 - \left(1 - \ln\left(\frac{1}{x+1}\right)\right)^{-2}\right)^{\theta-1}, x \geq 0, (\theta \geq 0). \quad (41)$$

14- For $\theta = 1, \beta = 1, c = 1$

$$f_{TL-CP}(x) = 2\alpha(x+1)^{-1} \left(1 - \ln\left(\frac{1}{x+1}\right)\right)^{-(2\alpha+1)}, x \geq 0, (\alpha \geq 0), \quad (42)$$

15- For $\theta = 1, \alpha = 1, \beta = 1, c = 1$

$$f_{TL-CP}(x) = 2(x+1)^{-1} \left(1 - \ln\left(\frac{1}{x+1}\right)\right)^{-3}, x \geq 0, (\beta \geq 0). \quad (43)$$

5. Some Related Distributions

It can be shown that the TL-CPIIG (θ, α, β, c) distribution is related with variable transformations to a wide range of well-known distributions such as TL-F, TL-Weibull (TL- exponential, exponential, TL-Rayleigh, Rayleigh), beta Type I (uniform), TL- beta Type II, TL- Pareto Type I, TL- Gompertz, TL-generalized logistic Type I, TL- extreme value, TL- Burr Type III, TL- compound Gompertz, TL-generalized uniform, TL- log beta Type I, TL- double truncated log beta Type II, TL- left truncated log beta Type I distributions. Table (1) summarizes the transformations from TL-CPIIG (θ, α, β, c) to other distributions. The proof in each case is straightforward.

Table (1) summarizes the above transformations applied to the TL-CPIIG (θ, α, β, c).

Table (1): Summary of Transformations Applied to the TL-CPIIG (θ, α, β, c) Distribution and Resulting Distribution.			
Transformation	Distribution	Pdf	Range
$-\ln\left(\frac{c}{X+c}\right)$	TL - F (θ, α, β)	$\frac{2\alpha\theta}{\beta} \left(1 - \frac{y_1}{\beta}\right)^{-(2\alpha+1)} \left(1 - \left(1 - \frac{y_1}{\beta}\right)^{-2\alpha}\right)^{\theta-1}$	$y_1 \geq 0, (\theta, \alpha, \beta \geq 0)$
<u>Special cases</u> When $\theta = 1$ When $\theta = \beta = 1$	F (α, β)	$\frac{2\alpha}{\beta} \left(1 - \frac{y_1}{\beta}\right)^{-(2\alpha+1)}$	$y_1 \geq 0, (\alpha, \beta \geq 0)$
	F (α)	$\frac{2\alpha}{2\alpha(1-y_1)^{-(2\alpha+1)}}$	$y_1 \geq 0, (\alpha \geq 0)$
$\ln\left[\left(1 - \frac{1}{\beta} \ln\left(\frac{c}{X+c}\right)\right)^{\frac{1}{d}}\right]$	TL- Weibull (θ, α, d)	$2\alpha\theta dy_2^{d-1} e^{-2ay_2^d} \left(1 - e^{-2ay_2^d}\right)^{\theta-1}$	$y_2 \geq 0, (\theta, \alpha, d \geq 0)$
<u>Special cases</u> When $d = 1$ When $\theta = d = 1$ When $d = 2$ When $\theta = 1$ and $d = 2$	TL- exponential (θ, α) TL- exponential (α) TL- Rayleigh (θ, α) TL- Rayleigh (α)	$2\alpha\theta e^{-2ay_2} (1 - e^{-2ay_2})^{\theta-1}$ $2\alpha e^{-2ay_2}$ $4\alpha\theta y_2 e^{-2ay_2^2} (1 - e^{-2ay_2^2})^{\theta-1}$ $4\alpha y_2 e^{-2ay_2^2}$	$y_2 \geq 0, (\theta, \alpha \geq 0)$ $y_2 \geq 0, (\alpha \geq 0)$ $y_2 \geq 0, (\theta, \alpha \geq 0)$ $y_2 \geq 0, (\alpha \geq 0)$
$\left(1 - \frac{1}{\beta} \ln\left(\frac{c}{X+c}\right)\right)^{-1}$	beta Type I ($2\alpha, \theta$)	$2\alpha\theta y_3^{2\alpha-1} (1 - y_3^{2\alpha})^{\theta-1}$	$0 < y_3 < 1, (\theta, \alpha \geq 0)$
<u>Special cases</u> When $\theta = 1$ When $\theta = 1$ and $\alpha = \frac{1}{2}$	beta Type I ($2\alpha, 1$) uniform (0,1)	$2\alpha y_3^{2\alpha-1}$	$0 < y_3 < 1, (\alpha \geq 0)$ $0 < y_3 < 1, (\alpha = \frac{1}{2})$
$-\frac{1}{\beta} \ln\left(\frac{c}{X+c}\right)$	TL- beta Type II ($2\alpha, \theta$)	$2\alpha\theta(1+y_4)^{-(2\alpha+1)} (1 - (1+y_4)^{-2\alpha})^{\theta-1}$	$y_4 > 0, (\theta, \alpha \geq 0)$
$\left(1 - \frac{1}{\beta} \ln\left(\frac{c}{X+c}\right)\right)$	TL- Pareto Type I (θ, α)	$2\alpha\theta y_5^{-(2\alpha+1)} (1 - y_5^{-2\alpha})^{\theta-1}$	$y_5 > 1, (\theta, \alpha \geq 0)$
$\ln\left[1 + \ln\left(1 - \frac{1}{\beta} \ln\left(\frac{c}{X+c}\right)\right)\right]^{\frac{1}{a}}$	TL- Gompertz (θ, α, a)	$2\alpha\theta e^{-2\alpha(e^{ay_6}-1)+ay_6} \times (1 - e^{-2\alpha(e^{ay_6}-1)})^{\theta-1}$	$y_6 \geq 0, (\theta, \alpha, a \geq 0)$
$\ln\left[\beta \left(\ln\left(\frac{c}{X+c}\right)\right)^{-1}\right]$	TL-generalized logistic Type I (θ, α)	$2\alpha\theta e^{-y_7} (1 - e^{-y_7})^{-(2\alpha+1)} \times (1 - (1 - e^{-y_7})^{-2\alpha})^{\theta-1}$	$-\infty < y_7 < \infty, (\theta, \alpha \geq 0)$
$\ln\left[\ln\left(1 - \frac{1}{\beta} \ln\left(\frac{c}{X+c}\right)\right)^{\frac{1}{\sigma}}\right]^{-1}$	TL- extreme value (θ, α)	$2\alpha\theta e^{\frac{-2\alpha}{\sigma}e^{-ay_8}-\sigma y_8} \left(1 - e^{\frac{-2\alpha}{\sigma}e^{-ay_8}}\right)^{\theta-1}$	$y_8 \geq 0, (\theta, \alpha \geq 0)$
$\frac{\alpha}{\beta} \ln\left(\frac{c}{X+c}\right)$	TL- Burr Type III (θ, α)	$2\theta \left(1 - \frac{y_9}{\alpha}\right)^{-(2\alpha+1)} \times \left(1 - \left(1 - \frac{y_9}{\alpha}\right)^{-2\alpha}\right)^{\theta-1}$	$y_9 > 0, (\theta, \alpha \geq 0)$
$\ln\left(1 - \ln\left(\frac{c}{X+c}\right)\right)$	TL- compound Gompertz (θ, α, β)	$\frac{2\alpha\theta}{\beta} e^{y_{10}} \left(1 - \frac{1 - e^{y_{10}}}{\beta}\right)^{-(2\alpha+1)} \times \left(1 - \left(1 - \frac{1 - e^{y_{10}}}{\beta}\right)\right)^{\theta-1}$	$y_{10} \geq 0, (\theta, \alpha, \beta \geq 0)$

$\frac{1}{\beta} \left(1 - \left(1 - \frac{1}{\beta} \ln \left(\frac{c}{x+c} \right) \right)^{-1} \right)$	T-generalized uniform (θ, α, β)	$2\alpha\theta\beta(1-\beta y_{11})^{(2\alpha-1)} \times (1-(1-\beta y_{11})^{2\alpha})^{\theta-1}$	$y_{11} \geq 0, (\theta, \alpha, \beta \geq 0)$
$\frac{c}{X+c}$	TL- log beta Type I (θ, α, β)	$\frac{2\alpha\theta}{\beta} (y_{12})^{-1} \left(1 - \frac{\ln(y_{12})}{\beta} \right)^{-(2\alpha+1)} \times \left(1 - \left(1 - \frac{\ln(y_{12})}{\beta} \right)^{-2\alpha} \right)^{\theta-1}$	$0 < y_{12} < 1, (\theta, \alpha, \beta \geq 0)$
$\frac{X+c}{c}$	TL- double truncated log beta Type II (θ, α, β)	$\frac{2\alpha\theta}{\beta} (y_{13})^{-1} \left(1 + \frac{\ln(y_{13})}{\beta} \right)^{-(2\alpha+1)} \times \left(1 - \left(1 + \frac{\ln(y_{13})}{\beta} \right)^{-2\alpha} \right)^{\theta-1}$	$1 < y_{13} < \infty, (\theta, \alpha, \beta \geq 0)$
$\frac{1}{X+c}$	TL- left truncated log beta Type I (θ, α, β)	$\frac{2\alpha\theta}{\beta} (y_{14})^{-1} \left(1 - \frac{\ln(cy_{14})}{\beta} \right)^{-(2\alpha+1)} \times \left(1 - \left(1 - \frac{\ln(cy_{14})}{\beta} \right)^{-2\alpha} \right)^{\theta-1}$	$0 < y_{14} < \frac{1}{c}, (\theta, \alpha, \beta \geq 0)$

6. Parameter Estimation

The maximum likelihood method is used for estimating the parameters of TL-CPIIG $(\theta, \alpha, \beta, c)$.

Let $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ be i.i.d random sample having pdf of (8), and then the likelihood function is given by:

$$L(x) = 2^n \theta^n \alpha^n \beta^{2n\alpha} \prod_{i=1}^n \left(\left(1 - \beta^{2\alpha} \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{x_i + c} \right) \right)^{-2\alpha} \right)^{\theta-1} \right) \prod_{i=1}^n \left((x_i + c)^{-1} \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{x_i + c} \right) \right)^{-(2\alpha+1)} \right) \quad (44)$$

The natural logarithm of the likelihood function is:

$$\ell \equiv \ln L(x) = n(\ln 2 + \ln \theta + \ln \alpha + 2\alpha \ln \beta) + (\theta - 1) \sum_{i=1}^n \left(1 - \beta^{2\alpha} \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{x_i + c} \right) \right)^{-2\alpha} \right) - \sum_{i=1}^n (x_i + c) - (2\alpha + 1) \sum_{i=1}^n \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{x_i + c} \right) \right) \quad (45)$$

Differentiating (45) partially with respect to the parameters $(\theta, \alpha, \beta, c)$ and equating the resulting derivatives to zero, we get the following maximum likelihood equations:

$$\frac{\partial \ell}{\partial \theta} = \frac{n}{\theta} + \sum_{i=1}^n \left(1 - \beta^{2\alpha} \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{x_i + c} \right) \right)^{-2\alpha} \right) = 0, \quad (46)$$

$$\frac{\partial \ell}{\partial \alpha} = \frac{n}{\alpha} + 2n \ln \beta - 2 \ln \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{x_i + c} \right) \right) + \frac{2(\theta-1) \ln \left(\beta^{2\alpha+1} \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{x_i + c} \right) \right)^{-2\alpha-1} \right)}{\left(\beta^{2\alpha} \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{x_i + c} \right) \right)^{-2\alpha} \right) - 1} = 0, \quad (47)$$

$$\frac{\partial \ell}{\partial \beta} = \frac{2n\alpha}{\beta} - \frac{2\alpha+1}{\beta - \ln \left(\frac{c}{x_i + c} \right)} - \frac{2\alpha(\theta-1) \left(\beta^{2\alpha-1} \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{x_i + c} \right) \right)^{1-2\alpha} \right) \left(\beta \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{x_i + c} \right) \right)^2 - \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{x_i + c} \right) \right)^{-1} \right)}{\left(\beta^{2\alpha} \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{x_i + c} \right) \right)^{-2\alpha} \right) - 1} = 0, \quad (48)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \ell}{\partial c} \\
&= -(x_i + c)^{-1} \\
& - (\theta - 1) \left[\frac{2\alpha\beta \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{x_i + c} \right) \right)^{1-2\alpha} (x_i + c)(c(x_i + c)^2 - (x_i + c)^{-1})}{c \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{x_i + c} \right) \right)^2 \left(\left(\beta^{2\alpha} \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{x_i + c} \right) \right)^{-2\alpha} \right) - 1 \right)} \right] \\
& - \frac{(2\alpha + 1)(x_i + c)[c(x_i + c)^2 - (x_i + c)^{-1}]}{c \left(\beta - \ln \left(\frac{c}{x_i + c} \right) \right)} = 0, \quad (49)
\end{aligned}$$

In Section (6), we can obtain the estimates of unknown parameters by setting the last equations equal zero, but solving these equations simultaneously to get the unknown parameters $(\hat{\theta}, \hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{c})$ in explicit form is mathematically complicated, so these estimates will be obtained numerically.

According to the invariance property of ML estimation, the MLE of any function $\xi(\vartheta)$ of θ is the function $\xi(\hat{\vartheta})$ of the MLE $\hat{\vartheta}$ of ϑ . Since the equations (46-49) cannot closed form solution, they solved numerical simultaneously. So, the MLE's of the $r(x)$, $h(x)$, (rhf) and $H_{TL}(x)$ are obtained by replacing the parameters θ , α , β and c (11), (12), (13) and (14) by the corresponding MLE's. Hence, for given value of x , the MLE of $r(x)$ is given by:

$$\hat{R}_{TL-CP}(x) = 1 - \left(1 - \hat{\beta}^{2\hat{\alpha}} \left(\hat{\beta} - \ln \left(\frac{\hat{c}}{x + \hat{c}} \right) \right)^{-2\hat{\alpha}} \right)^{\hat{\theta}}, \quad x \geq 0, \quad (50)$$

for given value of x , the MLE of $h(x)$ is given by

$$\begin{aligned}
\hat{h}_{TL-CP}(x) &= \frac{2\hat{\theta}\hat{\alpha}\hat{\beta}^{2\hat{\alpha}}(x + \hat{c})^{-1} \left(\hat{\beta} - \ln \left(\frac{\hat{c}}{x + \hat{c}} \right) \right)^{-(2\hat{\alpha}+1)} \left(1 - \hat{\beta}^{2\hat{\alpha}} \left(\hat{\beta} - \ln \left(\frac{\hat{c}}{x + \hat{c}} \right) \right)^{-2\hat{\alpha}} \right)^{\hat{\theta}-1}}{1 - \left(1 - \hat{\beta}^{2\hat{\alpha}} \left(\hat{\beta} - \ln \left(\frac{\hat{c}}{x + \hat{c}} \right) \right)^{-2\hat{\alpha}} \right)^{\hat{\theta}}} \\
& \quad x \geq 0, \quad (51)
\end{aligned}$$

for given value of x , the MLE of $rh(x)$ is given by:

$$\hat{rh}_{TL-CP}(x) = \frac{2\hat{\theta}\hat{\alpha}\hat{\beta}^{2\hat{\alpha}}(x + \hat{c})^{-1} \left(\hat{\beta} - \ln \left(\frac{\hat{c}}{x + \hat{c}} \right) \right)^{-(2\hat{\alpha}+1)}}{\left(1 - \hat{\beta}^{2\hat{\alpha}} \left(\hat{\beta} - \ln \left(\frac{\hat{c}}{x + \hat{c}} \right) \right)^{-2\hat{\alpha}} \right)} ; \quad x \geq 0, \quad (52)$$

and for given value of x , the MLE of $H_{TL}(x)$ is given by:

$$\hat{H}_{TL-CP}(x) = \ln \left(1 - \hat{\beta}^{2\hat{\alpha}} \left(\hat{\beta} - \ln \left(\frac{\hat{c}}{x+\hat{c}} \right) \right)^{-2\hat{\alpha}} \right)^{\hat{\theta}}, \quad x \geq 0, \quad (53)$$

where $\hat{\theta}$, $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ and \hat{c} are the MLE of θ , α , β and c .

7. Simulation Study

In this section, a simulation is conducted to illustrate the performance of the presented ML estimates of the parameters based on complete samples. Moreover, confidence intervals (CIs) of the parameters. Illustrating is obtained results using Mathcad (14).

The steps of the procedure are as follows:

- For a given vector $\underline{\vartheta} = (\theta, \alpha, \beta, c)$, generate random samples of sizes ($n = 30, 50, 100$ and 150) from the TL-CPIIG $(\theta, \alpha, \beta, c)$, using the following equation:

$$X = c \left(e^{-\beta \left(1 - \left(1 - u^{\frac{1}{\theta}} \right)^{\frac{-1}{2\alpha}} \right)} - 1 \right) \sim TL - CPIIG(\theta, \alpha, \beta, c). \text{ [See Niyogi (2003)]}.$$

- Obtain numerically the MLE of θ , α , β and c by solving the equations (46), (47), (48) and (49).
- The number of repetitions is $m = 1000$.
- Evaluate the performance of the estimates. To study the precision and variation of the estimates using the mean square error(MSE) = (Bias²) + variance.
- The estimates, bias (Bias), variance (Var), mean square error (MSE), interval estimation, upper, lower and length of the ML estimates where $x = 2$ are calculated. The computational results are displayed in following table (2), the initial values are ($\theta = 0.06$, $\alpha = 0.6$, $\beta = 0.03$, $c = 0.4$).

Table (2) shows the ML of the estimates (ML), biases (Bias²), variance (Var), mean squared errors (MSEs), and interval estimation, upper, lower and length of the ML estimates of the parameters for each sample size.

Table (2): ML, Var, Bias, MSE and 95% confidence intervals of the MLE's of the TL-CPIIG $(\theta, \alpha, \beta, c)$ for Different Sample Sizes n , Repetitions $m = 1000$ and Initial values ($\theta = 0.06$, $\alpha = 0.6$, $\beta = 0.03$, $c = 0.4$)

N	Parameters	ML	Var	Bias	MSE	CIs		length
						U	L	
30	θ	2.147	0.198	0.417	0.220	3.020	1.274	1.746
	α	5.678	0.487	0.178	0.518	7.045	4.311	2.734
	β	0.120	0.001	0.020	0.002	0.192	0.048	0.144
	c	2.296	0.128	-0.204	0.170	2.998	1.595	1.403
50	θ	2.166	0.092	0.166	0.120	2.762	1.57	1.192
	α	5.516	0.931	0.016	0.932	7.408	3.624	3.784

	β	0.100 2.465	0.001 0.197	0.000 -0.004	0.001 0.198	0.161 3.335	0.040 1.596	0.121 1.739
100	θ	2.030	0.033	0.030	0.034	2.386	1.674	0.712
	α	4.911	0.200	-0.589	0.547	5.787	4.035	1.752
	β	0.096	0.000	-0.004	0.000	0.130	0.062	0.067
	c	2.283	0.083	-0.217	0.130	2.847	1.720	1.127
150	θ	1.962	0.051	-0.038	0.052	2.403	1.521	0.882
	α	5.022	0.498	-0.478	0.727	6.406	3.638	2.768
	β	0.116	0.001	0.016	0.001	0.181	0.051	0.130
	c	2.119	0.102	-0.318	0.247	2.745	1.493	1.252

From table (2) it is noticed that as the sample size is increased the MSE is decreased and estimates are close to their actual values with small enough MSE.

8. Applications

In this section, we provide the application with real data sets to assess the flexibility of TL-CPIIG (θ, α, β, c) distribution.

We consider the criteria as AIC (Akaike information criterion), AICC (Akaike Information Corrected Criterion) and BIC (Bayesian Information Criterion), CAIC (Corrected Akaike Information Criterion) [See Hurvich and Tsai (1994)]. The better distribution is the one with the smallest values of the previous criteria, in the following, we considered two data sets:

Data Set 1

The first data set that represent 40 patients suffering from blood cancer (Leukemia) from one ministry of health hospital in Saudi Arabia. The ordered lifetime (in years) given as follows:

0.00315, 0.00496, 0.00616, 0.01145, 0.01208, 0.01263, 0.01414, 0.02025, 0.02036, 0.02162, 0.02211, 0.02370, 0.02532, 0.02693, 0.02805, 0.02910, 0.02912, 0.03192, 0.03263, 0.03348, 0.03348, 0.03427, 0.03499, 0.03534, 0.03767, 0.03751, 0.03858, 0.03986, 0.04049, 0.04244, 0.04323, 0.04381, 0.04392, 0.04397, 0.04647, 0.04753, 0.04929, 0.04973, 0.04381, 0.05074.

[See Atallah, Mahmoud, and Al-Zahrani (2014)].

Data Set 2

This data set consists of the waiting times (in seconds) percent, between 65 successive eruptions of the Kiama Blowhole. These values were record with the aid of digital watch on 12 July 1998 by Jim Irish and has been reference, the actual data are:

0.83, 0.51, 0.87, 0.60, 0.28, 0.95, 0.08, 0.27, 0.15, 0.10, 0.18, 0.16, 0.29, 0.54, 0.91, 0.08, 0.17, 0.55, 0.10, 0.35, 0.47, 0.77, 0.36, 0.17, 0.21, 0.36, 0.18, 0.40, 0.10, 0.07, 0.34, 0.27, 0.28, 0.56, 0.08, 0.25, 0.68, 1.46, 0.89, 0.18, 0.73, 0.69, 0.09, 0.37, 0.10, 0.82, 0.29, 0.08, 0.60, 0.61, 0.61, 0.18, 1.69, 0.25, 0.08, 0.26, 0.11, 0.83, 0.11, 0.42, 0.17, 0.12, 0.14, 0.09, 0.12

[See Pinho, Cordeiro and Nobre (2015) and Al-Saiary and Bakoban (2020)].

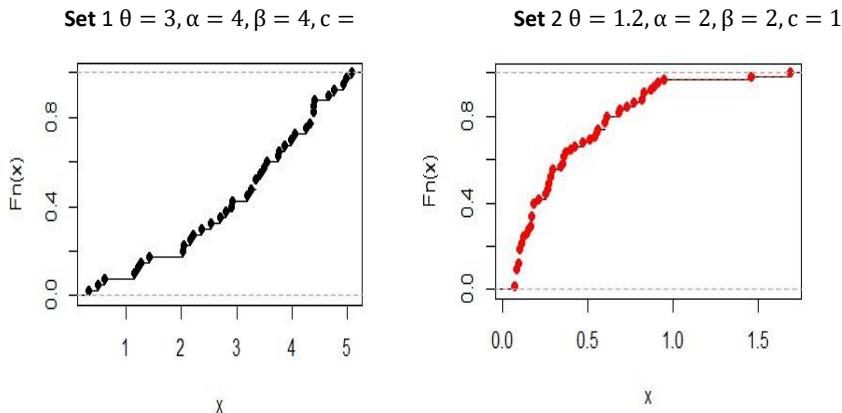


Figure 3: Plots of the Goodness of Fit of TL-CPIIG (θ, α, β, c) distribution using data set 1 and set 2.

Figure 3 shows that: at different values of the parameters, the curves of the fitted CDF represent monotone increasing functions in set 1 for Leukemia data while, the curve of set 2 for the waiting times data is monotone increasing functions then constant at $x \geq 1$.

Table (3): Statistics, 95% Confidence Interval of the Difference of the data sets, Akaike Information Criterion, Akaike Information Corrected Criterion, Bayesian Information Criterion and Repetitions $m = 1$, Goodness of fit

Data	Set 1	Set 2
N	40	65
Mean	0.0312	0.3940
Mode	0.0335	0.0800
Minimum	0.0032	0.0700
Maximum	0.0508	1.6900
Range	0.0476	1.6200
Std. Deviation	0.0133	0.3366
Skewness	-0.5150	1.6010
Kurtosis	-0.6550	3.1540
Quantile	Q1	0.0218
	Q2	0.0335
	Q3	0.0430
Confidence Intervals	U	0.0354
	L	0.0269
Length	0.0085	0.1668

AIC	-66.0750	538.3880
AICC	-64.9330	539.0540
BIC	80.4840	-523.1360
CAIC	-505.7530	0.0037
p-value	0.5727	0.1485

From table (3) it is noticed that as the sample size is increased the AIC, AICC and CAIC increased while BIC is decreased. The better distribution is the one with the smallest values of the previous criteria. Finally, two real data applications are analyzed to assess the flexibility of new model over existing distribution. One sample Kolmogorov-Smirnov (KS) test is applied on the two sets of data to test the goodness of fit. It is found that p-value is greater than $\alpha = 0.01$. So that the proposed model provides better results than the existing models.

References

1. Abbas S., Taqi S. A., Mustafa F., Murtaza M., and Shahbaz M. Q. (2017). "Topp-Leone Inverse Weibull Distribution: Theory and Application" *European Journal of Pure and Applied Mathematics*, Vol. 10, No. 5, pp. 1005-1022.
2. Alexander, C., Cordeiro, G., M., Ortega, E., M. and Sarabia, J., M. (2012). "Generalized beta-generated distributions". *Computational Statistics and Data Analysis*, Vol. 56, pp. 1880-1897.
3. AL-Hussaini, E., K. and Ahsanullah, M. (2015). "Exponentiated distribution". Atlantis Studies in Probability and Statistics". Atlantis Press, Paris, France Vol. 5.
4. Al-Saiary Z. A. and Bakoban R. A. (2020). "The Topp-Leone Generalized Inverted Exponential Distribution with Real Data Applications". *Entropy license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)*, Vol. 22, pp. 1144.
5. Arnold, B.C. Balakrishnan, N. and Nagaraja, H.N. (1992). "A First Course in Order Statistics". John Wiley and Sons, Inc., New York.
6. Atallah, M., Mahmoud, M. and Al-Zahrani, B. (2014). "A new test for exponentiality versus nburngf life distributions based on Laplace transform". *Qual. Reliab. Eng. Int.*, Vol. 30, pp. 1353-1359.
7. Cordeiro, G.M. and de Castro, M. (2011). "New family of generalized distributions". *Journal of Statistical Computation and Simulation*, Vol. 81, pp. 883-898.
8. El-Sayad, G. M. (1993). "Statistical Inference", Dar El-Mariekh, Al-Riyad, Kingdom of Saudi Arabia.
9. Eugene, N., Lee, C. and Famoye, F. (2002). "Beta-normal distribution and its applications", *Communication Statistics. Theory and Methods*, Vol. 31, No. 4, pp. 497-512.

10. Hurvich, C.M. and Tsai, C.L. (1994). "A corrected Akaike information criterion for vector autoregressive model selection", *J. Time Ser. Anal.*, Vol. 14, pp. 271–279.
11. Niyogi. P. (2003). "*Numerical Analysis and Algorithms*", Tata Mc. Graw - Hill publishing company limited, New York.
12. Pinho, L.G., Cordeiro, G.M. and Nobre, J.S. (2015). "The Harris extended exponential distribution", *Communications in Statistics - Theory and methods*. Vol. 44, pp. 3486-3502.
13. Prudnikov A.P., Brychkov Y.A. and Marichev O.I. (1986). "*Integrals and Series*". Gordon and Breach Science Publishers, New York, Vol. 3.
14. Topp, C., W. and Leone, F., C. (1955). "A family of J-Shaped Frequency Functions". *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 50, No. 269, pp. 209-219.
15. Youssef, E. A. (2006). "*A Study on Compound Pareto Distribution*", M. Sc. Thesis, Department of Statistics, Faculty of Commerce, Al- Azhar University.

Publication Prerequisites and terms

- 1- The journal publishes scientific research and studies in statistics and informatics written in Arabic, English and French, to make it clear that research submitted for publication has been published or submitted for publication in magazines or other periodicals or presented and published in periodicals for conferences or seminars.
- 2- Send electronic copies (word & PDF) of the research and studies to the editor should include the name of the researcher or researchers and their scientific titles and places of work with the address of the correspondence, the numbers of telephones and e-mail. The research to be published should be sent electronically in accordance with the specifications below:
 - a. To be printed on A4 paper and be in the form of a single column and use the Type simplified Arabic and Times New Roman for English and French and with a font size (12). Using Microsoft Word and on one face of the paper.
 - b. The margin is 2.5 cm for all sides of the paper.
 - c. The researcher will attach a summary of his research in Arabic, English, or French in no more than one page.
 - d. Place references at the end of the paper and separated page. It is recommended to use the Harvard system of referencing, which (author's name, year of publication, source address, publishing house, country).
 - e. Numbered tables, illustrations, and others as they are received in the research, documents as aliases of the original sources.
 - f. The number of search or study pages should not exceed (25) pages.
- 3- Authors will notified of receiving their research within two working days from the date of receipt of the research.
- 4- Referees will evaluate all submitted research, the Authors will informed of the proposed evaluation and modifications if any within two weeks of receipt of the research.
- 5- The editorial board of the Journal has the right to accept or reject the research and has the right to make any modification or partial redrafting of the material submitted for publication in accordance with the format adopted in its publication after the approval of the researcher.
- 6- Published research becomes the property of the Journal and may not republished elsewhere.
- 7- The articles published in the magazine reflect the opinions of the authors, and do not necessarily reflect the view of the Journal or the Arab Institute for Training and Research in Statistics.
- 8- The research is sent to the magazine's e-mail address:
journal@aitrs.org or Info@aitrs.org

Journal of Statistical Sciences

Scientific Referred Journal

Editorial Board

Editor-in Chief

Mr. Hedi Saidi

Editorial Secretary

Dr. Bachioua Lahcene

Editorial Board Members

Prof. Dr. Faisal Al-Sharabi

Prof. Dr. Abed Khalil Tohami

Prof. Dr. Mukhtar Al-Kouki

Dr. Salwa Mahmoud Assar

Dr. Ahmed Shaker Almutwali

Prof. Dr. Issa Masarweh

Dr. Hassan Abuhassan

Dr. Hamid Bouzida

Scientific Consulting Committee

Dr. Qassim Al-Zoubi

Dr. Nabeel M. Shams

Prof. Dr. Awad Haje Ali

Dr. Diaa Awad

Dr. Khalifa Al-Barwani

Prof. Dr. Maytham Elaibi Ismael

Dr. Iuay shabaneh

Prof. Dr. Ghazi Raho

Dr. Mohammed Husain Ali Al-Janabi

Dr. Ola Awad

Listed in Ulrich's website

www.ulrichsweb.com

Classified in The Arab Citation & Impact Factor (Arcif)

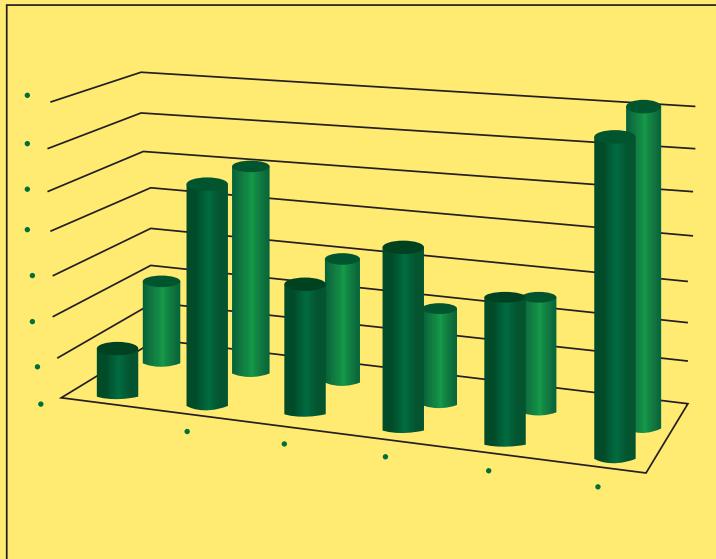
www.emarefa.net/arcif/

ISSN 2522-64X (Online), ISSN 2519-948X (Print)



Arab Institute for Training and Research in Statistics

Journal of Statistical Sciences



Issue No. 18

Scientific Peer-reviewed Journal issued by
Arab Institute for Training and Research in Statistics

Listed in Ulrich's website

www.ulrichsweb.com

Classified in The Arab Citation & Impact Factor (Arcif)

www.emarefa.net/arcif/

ISSN 2522-64X (Online), ISSN 2519-948X (Print)

جامعة تدريب وبحوث الإحصاء العربية

March 2023

No. 18